

Trabajo Fin de Grado

Grado en Ingeniería Aeroespacial

Actualización de la Herramienta Académica AS.gui para Estudio de la Estabilidad de Aeronaves: ASPro

Autor: Álvaro Fernández Cobo

Tutor: Sergio Esteban Roncero

Dep. Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de Fluidos
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2015



Trabajo Fin de Grado
Grado en Ingeniería Aeroespacial

Actualización de la Herramienta Académica AS.gui para Estudio de la Estabilidad de Aeronaves: ASPro

Autor:

Álvaro Fernández Cobo

Tutor:

Sergio Esteban Roncero

Profesor Contratado Doctor

Dep. Ingeniería Aeroespacial y Mecánica de Fluidos
Escuela Técnica Superior de Ingeniería
Universidad de Sevilla

Sevilla, 2015

Trabajo Fin de Grado: Actualización de la Herramienta Académica AS.gui para Estudio de la
Estabilidad de Aeronaves: ASPro

Autor: Álvaro Fernández Cobo
Tutor: Sergio Esteban Roncero

El tribunal nombrado para juzgar el trabajo arriba indicado, compuesto por los siguientes profesores:

Presidente:

Vocal/es:

Secretario:

acuerdan otorgarle la calificación de:

El Secretario del Tribunal

Fecha:

Agradecimientos

Este documento pone punto y final a una etapa que comencé hace ya cuatro años, cuatro años llenos de momentos, experiencias y vivencias dulces y amargas, pero que en su conjunto han conformado lo que hasta la fecha han sido los mejores años de mi vida y que sin duda me han hecho crecer mucho en todos los aspectos.

Durante estos 4 años muchas personas han caminado a mi lado, en los mejores y en los peores momentos. Algunas ya me acompañaban desde hace mucho. En primer lugar me refiero a mis padres, a los cuales debo sin duda todo lo que soy hoy y a los que quizá no siempre haya sido capaz de demostrar mi infinito agradecimiento; también a mi hermano, que tanto me ha dado siempre sin pedir nada a cambio; sin olvidar a mi abuela, que siempre creyó en mí. Y como no, no me olvido de mis amigos, los de siempre, con los que llevo ya casi dos décadas y de los que me siento orgulloso de poder contar con los dedos de una mano, por estar siempre ahí cuando los he necesitado.

Como dije antes, puedo catalogar estos cuatro años como la mejor etapa hasta el momento y en esto tienen mucha culpa la gente que la etapa universitaria me ha hecho conocer, personas que han sido compañeros de habitación, de piso, de clase, de trabajos, de biblioteca, de gimnasio, de viajes y de cervezas. Sería muy injusto catalogarlos únicamente de compañeros ya que muchos son ahora grandes amigos. Sin duda sois lo mejor de estos años.

Ya en un ámbito más académico, no puedo olvidarme de mis profesores, y no quiero limitarme a la etapa universitaria ya que desde antes de saber leer he tenido maestros que han sabido despertar en mí la curiosidad por aprender e intentar superarme cada día.

Para terminar quiero hacer mención a mi tutor, Sergio Esteban, por ser la persona que me ha brindado, además de la posibilidad, la ayuda, disposición y apoyo necesarios para realizar este Trabajo de Fin de Grado.

A todas estas personas, mi más sincero agradecimiento. Sigamos caminando.

Álvaro Fernández Cobo
Sevilla, 2015

Resumen

Cualquier proyecto de ingeniería cuenta una fase preliminar y conceptual previa a la realización física del mismo en el que se definirán con la máxima precisión posible los distintos aspectos del objeto del proyecto. La cantidad de capital y tiempo invertido es proporcional a la complejidad del proyecto.

En la industria aeronáutica, la fase preliminar del desarrollo de una aeronave conlleva, entre otras muchas tareas, la realización de estudios de aerodinámica, actuaciones, estructurales y estabilidad y control. Ya que en un primer desarrollo conceptual no se cuenta con modelos físicos del diseño es necesario contar con herramientas informáticas lo suficientemente potentes que arrojen resultados de una precisión aceptable.

El objetivo de este Trabajo de Fin de Grado ha sido desarrollar una interfaz gráfica de usuario para una herramienta de carácter académico, basada en MATLAB y con potencial para realizar los estudios de estabilidad y control de aeronaves convencionales.

Abstract

Any engineering project has a conceptual and preliminary phase before its materialization, in which many different aspects of the project's aims will be defined as accurately as posible. The amount of time and capital invested in this stage will depend on project complexity.

Focusing on Aerospace Industry, the preliminary phase of the development of an aircraft involves, among many other tasks, the execution of aerodynamics, performance, structural, stability and control studies. Since physical model of the design are not available at those stages of a conceptual development, there is a need for computer-based tools powerful enough to provide results with acceptable accuracy.

The main point of this Degree's Final Project has been the development of a Graphic User Interface for an academic tool, based on MATLAB programming with potential to carry out the preliminary basic stability and control studies of conventional aircraft.

Índice general

Resumen	III
Abstract	V
Índice general	VII
Índice de figuras	XI
Notación	XIII
1. Introducción	1
1.1. ¿Qué es ASPro?	1
1.2. Motivación	2
1.3. Contextualización	2
1.4. Estado del arte	5
1.5. Antecedentes	6
2. Ecuaciones de movimiento	7
2.1. Hipótesis generales	7
2.2. Sistemas de referencia	7
2.2.1. Sistema inercial topocéntrico	8
2.2.2. Sistema de ejes horizonte local	8
2.2.2.1. Orientación de los ejes horizonte local (H) respecto de los ejes del sistema inercial topocéntrico (T)	8
2.2.3. Sistema de ejes viento	8
2.2.3.1. Orientación de los ejes viento (W) respecto de los ejes horizonte local (H)	9
2.2.4. Sistema de ejes cuerpo	11
2.2.4.1. Orientación de los ejes cuerpo (B) respecto de los ejes viento (W)	11
2.2.4.2. Orientación de los ejes cuerpo (B) respecto de los ejes horizonte local (H)	12
2.3. Desarrollo del modelo no lineal de 6 grados de libertad	13
2.3.1. Ecuaciones cinemáticas lineales	14
2.3.2. Ecuaciones cinemáticas angulares	14

2.3.3.	Ecuaciones dinámicas	15
2.4.	Modelo linealizado de pequeñas perturbaciones	16
2.4.1.	Modelo lineal de fuerzas aerodinámicas y propulsivas	18
2.4.2.	Ecuaciones desacopladas	20
2.5.	Estabilidad dinámica	23
2.5.1.	Estabilidad dinámica longitudinal	24
2.5.2.	Estabilidad dinámica lateral-direccional	26

3. Estimación de las derivadas de estabilidad adimensionales 31

3.1.	Derivadas de Estabilidad Longitudinales	31
3.1.1.	Derivadas respecto al ángulo de ataque α	31
3.1.1.1.	\mathbf{C}_{L_α}	31
3.1.1.2.	\mathbf{C}_{D_α}	34
3.1.1.3.	\mathbf{C}_{M_α}	34
3.1.2.	Derivadas respecto a la velocidad horizontal u	38
3.1.2.1.	C_{L_u}	39
3.1.2.2.	C_{D_u}	39
3.1.2.3.	C_{M_u}	39
3.1.3.	Derivadas respecto al cambio del ángulo de cabeceo q	39
3.1.3.1.	C_{L_q}	39
3.1.3.2.	C_{D_q}	40
3.1.3.3.	C_{M_q}	40
3.1.4.	Derivadas respecto al cambio del ángulo de ataque $\dot{\alpha}$	41
3.1.4.1.	$C_{L_{\dot{\alpha}}}$	42
3.1.4.2.	$C_{D_{\dot{\alpha}}}$	42
3.1.4.3.	$C_{M_{\dot{\alpha}}}$	42
3.2.	Derivadas de Estabilidad Propulsivas	43
3.3.	Derivadas de Estabilidad Laterales-Direccionales	43
3.3.1.	Derivadas respecto al ángulo de resbalamiento, β	43
3.3.1.1.	\mathbf{C}_{y_β}	43
3.3.1.2.	\mathbf{C}_{n_β}	45
3.3.1.3.	\mathbf{C}_{l_β}	48
3.3.2.	Derivadas respecto a la velocidad angular de balance, p	53
3.3.2.1.	\mathbf{C}_{y_p}	53
3.3.2.2.	\mathbf{C}_{n_p}	54
3.3.2.3.	\mathbf{C}_{l_p}	56
3.3.3.	Derivadas respecto a la velocidad angular de guiñada, r	56
3.3.3.1.	\mathbf{C}_{y_r}	57
3.3.3.2.	\mathbf{C}_{n_r}	57
3.3.3.3.	\mathbf{C}_{l_r}	57
3.3.4.	Derivadas respecto a la variación del ángulo de resbalamiento, $\dot{\beta}$	60

3.3.4.1.	$C_{y_{\dot{\beta}}}$	60
3.3.4.2.	$C_{n_{\dot{\beta}}}$	61
3.3.4.3.	$C_{l_{\dot{\beta}}}$	61
3.4.	Derivadas de Control	61
4.	Descripción de ASPro	63
4.1.	Aspectos generales	63
4.2.	Ventana de inicio	64
4.3.	Edición de datos generales	66
4.4.	Edición de datos del ala	67
4.5.	Edición de datos del estabilizador horizontal y canard	69
4.6.	Edición de datos del fuselaje	70
4.7.	Herramienta de análisis de estabilidad longitudinal	71
4.8.	Módulo de dimensionamiento de estabilizador vertical	72
4.9.	Módulo de dimensionamiento de alerones	74
4.10.	Estructuración de los datos del modelo	75
4.11.	Descripción del funcionamiento de ASPro	79
5.	Comentarios finales	83
5.1.	Conclusiones	83
5.2.	Lineas de trabajo	84
Anexos		86
A.	Atmósfera ISA	89
B.	Criterios de estabilidad estática	91
C.	Coeficientes para estimación de $C_{y_{\dot{\beta}}}$	93
Bibliografía		123

Índice de figuras

1.1. Interacción entre las distintas áreas de diseño	3
1.2. Herramientas de diseño en ASPro	4
1.3. Distintos software para realizar estudios de estabilidad	6
2.1. Sistema de ejes horizonte local	9
2.2. Sistema de ejes viento	9
2.3. Orientación de la fuerza aerodinámica	10
2.4. Orientación del empuje	11
2.5. Sistema de ejes cuerpo	11
2.6. Criterio de signos	13
2.7. Esquema del modo espiral	28
2.8. Esquema del balanceo holandés	29
3.1. Coeficiente de masa aparente. Fuente: [9]	32
3.2. Influencia del ala en la corriente incidente sobre el canard y el estabilizador horizontal	33
3.3. <i>Upwash</i> del ala sobre el canard. Fuente: [9]	34
3.4. Parámetro <i>wing-lift carryover</i> para vuelo subsónico. Fuente: [5]	36
3.5. Localización del centro aerodinámico para cuerpo tipo <i>wing-lift carryover</i> . Fuente: [5] .	36
3.6. Variación del <i>upwash</i> del fuselaje por delante del ala. Fuente: [5]	38
3.7. Factor de interferencia ala-fuselaje. Fuente: [9]	44
3.8. Factor empírico para estimación de fuerza lateral sobre el vertical. Fuente: [9]	45
3.9. Factor empírico para estimar interferencia ala-fuselaje en estabilidad direccional. Fuente: [9]	46
3.10. Factor que tiene en cuenta el número de Reynolds sobre el fuselaje. Fuente: [9]	47
3.11. Factor de corrección de compresibilidad. Fuente: [5]	49
3.12. Factor de corrección del fuselaje. Fuente: [5]	49
3.13. Factor de corrección del fuselaje. Fuente: [5]	50
3.14. Factor de corrección de compresibilidad debida al diedro. Fuente: [5]	50
3.15. Contribución de la flecha a C_{l_β} . Fuente: [5]	51
3.16. Contribución del diedro a C_{l_β} . Fuente: [5]	52
3.17. Pendiente de la fuerza lateral a baja velocidad debida a balance. Fuente: [1]	54
3.18. Parámetro de amortiguamiento de balance con sustentación nula. Fuente: [6]	55

3.19. <i>Low-Speed Drag-due-Lift Yaw-Damping Parameter</i> . Fuente: [1]	58
3.20. <i>Low-Speed Profile-Drag Yaw-Damping Parameter</i> . Fuente: [1]	59
3.21. . Fuente: [5]	60
4.2. Configuraciones del menú de inicio	65
4.3. Menú de inicio de ASPro	65
4.4. Ventana de edición de información general	67
4.5. Aeronave Antonov 225 con configuración de estabilizador vertical <i>twin-vertical</i>	67
4.6. Ventana de edición de los datos del ala	69
4.7. Ventana de edición de los datos del estabilizador horizontal	70
4.8. Ventana de edición de los datos del fuselaje	71
4.9. Ventana de la herramienta de análisis longitudinal	72
4.10. Ventana de la herramienta de diseño de estabilizador vertical	74
4.11. Ventana de la herramienta de dimensionado de los alerones	75
4.12. Campos de la estructura del modelo	76
4.13. Campos de algunas de las estructuras del modelo	77
4.14. Estructuración de datos de superficies aerodinámicas	78
4.15. Campos de la estructura derivadas	79
4.16. Diagrama de flujo de ASPro	81
A.1. Variación de la temperatura, presión y densidad del aire con la altitud según el modelo de atmósfera ISA	90
B.1. Criterios de estabilidad estática. Fuente: [10])	92

Notación

Parámetros geométricos

<u>Símbolo</u>	<u>Descripción</u>	<u>Unidades</u>
S_w	Superficie del ala	m^2
S_h	Superficie del horizontal	m^2
S_c	Superficie del canard	m^2
S_{ref}	Superficie de referencia	m^2
b_w	Envergadura del ala	m
$b_{f,max}$	Altura máxima del fuselaje	m
$S_{B,max}$	Área frontal del fuselaje	m^2
c_r	Cuerda en la raíz	m
c_t	Cuerda en la punta	m
b	Envergadura del ala	m
λ	Estrechamiento	-
S	Superficie alar	m^2
A	Alargamiento	-
$\Lambda_{\frac{1}{4}}$	Flecha en la línea de $c/4$	rad
Λ_{LE}	Flecha en el borde de ataque	rad
Λ_{TE}	Flecha en el borde de salida	rad
κ	Torsión del perfil en el borde marginal	rad
c_{r_v}	Cuerda en la raíz del winglet	m
c_{t_v}	Cuerda en la punta del winglet	m
$\frac{b_v}{2}$	Semienvergadura del winglet	m
λ_v	Estrechamiento del winglet	-
S_v	Superficie de los winglets	m^2
A_v	Alargamiento del winglet	-

$\Lambda_{\frac{1}{4}v}$	Flecha en la línea de $c/4$ del winglet	rad
Λ_{LE_v}	Flecha en el borde de ataque del winglet	rad
Λ_{TE_v}	Flecha en el borde de salida del winglet	rad
X_{CG}	Distancia en el eje x al centro de gravedad del avión	m
Z_{CG}	Distancia en el eje z al centro de gravedad del avión	m
X_{NA}	Distancia en el eje x al centro aerodinámico del avión	m
X_{CP}	Distancia en el eje x al centro de presiones del avión	m
l_v	Distancia paralela a la cuerda desde el vértice del ala al centro aerodinámico del winglet	m
l_{gv}	Distancia paralela a la cuerda desde el centro de gravedad del ala al centro aerodinámico del winglet	m
z_v	Distancia vertical desde el centro de gravedad del ala al centro aerodinámico del winglet	m
c_{re}	Cuerda en la raíz del elevador	m
c_{te}	Cuerda en la punta del elevador	m
$\frac{b_e}{2}$	Semienvergadura del elevador	m
λ_e	Estrechamiento del elevador	-
S_e	Superficie de los elevadores	m ²
l_e	Distancia paralela a la cuerda desde el centro de gravedad del ala al centro aerodinámico del elevador	m
I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}	Momentos de inercia del avión	kg·m ²
$\hat{I}_{xx}, \hat{I}_{yy}, \hat{I}_{zz}$	Momentos de inercia adimensionales del avión	-
I_{xy}, I_{yz}, I_{xz}	Productos de inercia del avión	kg·m ²
$\hat{I}_{xy}, \hat{I}_{yz}, \hat{I}_{xz}$	Productos de inercia adimensionales del avión	-

Fuerzas y momentos aerodinámicos

<u>Símbolo</u>	<u>Descripción</u>	<u>Unidades</u>
\vec{F}_A	Vector fuerza aerodinámica	N
\vec{F}_T	Vector fuerza propulsiva	N
\vec{M}_A	Vector momento aerodinámico	N·m
\vec{M}_T	Vector momento propulsivo	N·m
F_{Ax}	Fuerza aerodinámica en el eje x	N
F_{Tx}	Fuerza propulsiva en el eje x	N
X_u	Aceleración en el eje x por unidad de variación en la velocidad	1/s

X_{T_u}	Aceleración en el eje x por unidad de variación en la velocidad (debido a la fuerza propulsiva)	1/s
X_α	Aceleración en el eje x por unidad de ángulo de ataque	m/s ² /rad
X_{δ_e}	Aceleración en el eje x por unidad de ángulo de deflexión del elevador	m/s ² /rad
F_{A_z}	Fuerza aerodinámica en el eje z	N
F_{T_z}	Fuerza propulsiva en el eje z	N
Z_α	Aceleración en el eje z por unidad de ángulo de ataque	m/s ² /rad
Z_u	Aceleración en el eje z por unidad de variación en la velocidad	1/s
$Z_{\dot{\alpha}}$	Aceleración en el eje z por unidad de variación en la tasa de cambio de ángulo de ataque	m/s/rad
Z_q	Aceleración en el eje z por unidad de velocidad angular de cabeceo	m/s/rad
Z_{δ_e}	Aceleración en el eje z por unidad de ángulo de deflexión del elevador	m/s ² /rad
d	Fuerza de resistencia del perfil	N/m
C_d	Coeficiente de resistencia del perfil	-
C_{d_0}	Coeficiente de resistencia del perfil con sustentación nula	-
D	Fuerza de resistencia del avión	N
D_i	Fuerza de resistencia inducida	N
D_p	Fuerza de resistencia parásita	N
C_D	Coeficiente de resistencia del avión	-
C_{D_0}	Coeficiente de resistencia con sustentación nula	-
C_{D_1}	Coeficiente de resistencia en la configuración de referencia	-
C_{D_α}	Variación del coeficiente de resistencia con el ángulo de ataque	1/rad
$C_{D_{\dot{\alpha}}}$	Variación del coeficiente de resistencia con la tasa de cambio adimensional de ángulo de ataque	1/rad
$C_{D_{\delta_e}}$	Variación del coeficiente de resistencia con el ángulo de deflexión del elevador	1/rad
C_{D_q}	Variación del coeficiente de resistencia con la velocidad angular de cabeceo adimensional	1/rad
C_{D_u}	Variación del coeficiente de resistencia con la velocidad adimensional	-
l	Fuerza de sustentación del perfil	N/m
C_l	Coeficiente de sustentación del perfil	-
C_{l_0}	Coeficiente de sustentación del perfil con ángulo de ataque nulo	-
C_{l_α}	Variación del coeficiente de sustentación del perfil con el ángulo de ataque	1/rad

C_{l_δ}	Variación del coeficiente de sustentación del perfil con el ángulo de deflexión de la superficie de control	1/rad
L	Fuerza de sustentación del avión	N
C_L	Coeficiente de sustentación del avión	-
C_{L_0}	Coeficiente de sustentación con ángulo de ataque nulo	-
C_{L_1}	Coeficiente de sustentación en la configuración de referencia	-
C_{L_α}	Variación del coeficiente de sustentación con el ángulo de ataque	1/rad
$C_{L_{\dot{\alpha}}}$	Variación del coeficiente de sustentación con la tasa de cambio adimensional de ángulo de ataque	1/rad
$C_{L_{\delta_e}}$	Variación del coeficiente de sustentación con el ángulo de deflexión del elevador	1/rad
C_{L_q}	Variación del coeficiente de sustentación con la velocidad angular de cabeceo adimensional	1/rad
C_{L_u}	Variación del coeficiente de sustentación con la velocidad adimensional	-
m	Momento aerodinámico del perfil	N·m/m
C_m	Coeficiente de momento del perfil	-
C_{m_0}	Coeficiente de momento del perfil con ángulo de ataque nulo	-
C_{m_α}	Variación del coeficiente de momento del perfil con el ángulo de ataque	1/rad
$C_{m_{ac}}$	Coeficiente de momento del perfil respecto al centro aerodinámico	-
\mathcal{M}_A	Momento de cabeceo del avión	N·m
\mathcal{M}_T	Momento de cabeceo del avión (debido a la fuerza propulsiva)	N·m
\mathcal{M}_α	Aceleración angular en cabeceo por unidad de ángulo de ataque	1/s ²
\mathcal{M}_{T_α}	Aceleración angular en cabeceo por unidad de ángulo de ataque (debido a la fuerza propulsiva)	1/s ²
\mathcal{M}_u	Aceleración angular en cabeceo por unidad de variación en la velocidad	rad/s/m
\mathcal{M}_{T_u}	Aceleración angular en cabeceo por unidad de variación en la velocidad (debido a la fuerza propulsiva)	rad/s/m
$\mathcal{M}_{\dot{\alpha}}$	Aceleración angular en cabeceo por unidad de variación en la tasa de cambio de ángulo de ataque	1/s
\mathcal{M}_q	Aceleración angular en cabeceo por unidad de velocidad angular de cabeceo	1/s
\mathcal{M}_{δ_e}	Aceleración angular en cabeceo por unidad de ángulo de deflexión del elevador	1/s ²
$C_{\mathcal{M}}$	Coeficiente de momento de cabeceo del avión	-
$C_{\mathcal{M}_0}$	Coeficiente de momento de cabeceo con ángulo de ataque nulo	-

$C_{\mathcal{M}_{ac}}$	Coeficiente de momento de cabeceo respecto al centro aerodinámico	-
$C_{\mathcal{M}_1}$	Coeficiente de momento de cabeceo en la configuración de referencia	-
$C_{\mathcal{M}_\alpha}$	Variación del coeficiente de momento de cabeceo con el ángulo de ataque	1/rad
$C_{\mathcal{M}_{\dot{\alpha}}}$	Variación del coeficiente de momento de cabeceo con la tasa de cambio adimensional de ángulo de ataque	1/rad
$C_{\mathcal{M}_{\delta_e}}$	Variación del coeficiente de momento de cabeceo con el ángulo de deflexión del elevador	1/rad
$C_{\mathcal{M}_q}$	Variación del coeficiente de momento de cabeceo con la velocidad angular de cabeceo adimensional	1/rad
$C_{\mathcal{M}_u}$	Variación del coeficiente de momento de cabeceo con la velocidad adimensional	-
T	Fuerza propulsiva	N
C_T	Coeficiente de fuerza propulsiva	-
$C_{T_{x_1}}$	Componente propulsiva en la dirección x en la configuración de referencia	-
$C_{T_{xu}}$	Variación de la fuerza propulsiva en la dirección x con la velocidad adimensional	-
$C_{T_{x\alpha}}$	Variación de la fuerza propulsiva en la dirección x con el ángulo de ataque	1/rad
$C_{T_{m_1}}$	Coeficiente de momento de cabeceo debido a la fuerza propulsiva en la configuración de referencia	-
$C_{T_{m_u}}$	Variación del coeficiente de momento de cabeceo debido a la fuerza propulsiva con la velocidad adimensional	-
$C_{T_{m_\alpha}}$	Variación del coeficiente de momento de cabeceo debido a la fuerza propulsiva con el ángulo de ataque	1/rad
F_{A_y}	Fuerza aerodinámica en el eje y	N
F_{T_y}	Fuerza propulsiva en el eje y	N
Y_β	Aceleración en el eje y por unidad de ángulo de resbalamiento	m/s ² /rad
Y_p	Aceleración en el eje y por unidad de velocidad angular de balance	m/s/rad
Y_r	Aceleración en el eje y por unidad de velocidad angular de guiñada	m/s/rad
Y_{δ_a}	Aceleración en el eje y por unidad de ángulo de deflexión del alerón	m/s ² /rad
C_Y	Coeficiente de fuerza lateral del avión	-
C_{Y_β}	Variación del coeficiente de fuerza lateral con el ángulo de resbalamiento	1/rad
$C_{Y_{\dot{\beta}}}$	Variación del coeficiente de fuerza lateral con la tasa de cambio adimensional de ángulo de resbalamiento	1/rad
$C_{Y_{\delta_a}}$	Variación del coeficiente de fuerza lateral con el ángulo de deflexión del alerón	1/rad

C_{Y_p}	Variación del coeficiente de fuerza lateral con la velocidad angular de balance adimensional	1/rad
C_{Y_r}	Variación del coeficiente de fuerza lateral con la velocidad angular de guiñada adimensional	1/rad
$C_{T_{Y\beta}}$	Variación de la fuerza lateral propulsiva con el ángulo de resbalamiento	1/rad
\mathcal{L}_A	Momento de balance del avión	N·m
\mathcal{L}_T	Momento de balance del avión (debido a la fuerza propulsiva)	N·m
\mathcal{L}_β	Aceleración angular en balance por unidad de ángulo de resbalamiento	1/s ²
\mathcal{L}_p	Aceleración angular en balance por unidad de velocidad angular en balance	1/s
\mathcal{L}_r	Aceleración angular en balance por unidad de velocidad angular en guiñada	1/s
\mathcal{L}_{δ_a}	Aceleración angular en balance por unidad de ángulo de deflexión del alerón	1/s ²
$C_{\mathcal{L}}$	Coficiente de momento de balance del avión	-
$C_{\mathcal{L}\beta}$	Variación del coeficiente de momento de balance con el ángulo de resbalamiento	1/rad
$C_{\mathcal{L}\dot{\beta}}$	Variación del coeficiente de momento de balance con la tasa de cambio adimensional de ángulo de resbalamiento	1/rad
$C_{\mathcal{L}\delta_a}$	Variación del coeficiente de momento de balance con el ángulo de deflexión del alerón	1/rad
$C_{\mathcal{L}p}$	Variación del coeficiente de momento de balance con la velocidad angular de balance adimensional	1/rad
$C_{\mathcal{L}r}$	Variación del coeficiente de momento de balance con la velocidad angular de guiñada adimensional	1/rad
\mathcal{N}_A	Momento de guiñada del avión	N·m
\mathcal{N}_T	Momento de guiñada del avión (debido a la fuerza propulsiva)	N·m
\mathcal{N}_β	Aceleración angular en guiñada por unidad de ángulo de resbalamiento	1/s ²
\mathcal{N}_p	Aceleración angular en guiñada por unidad de velocidad angular en balance	1/s
\mathcal{N}_r	Aceleración angular en guiñada por unidad de velocidad angular en guiñada	1/s
\mathcal{N}_{δ_a}	Aceleración angular en guiñada por unidad de ángulo de deflexión del alerón	1/s ²
$\mathcal{N}_{T\beta}$	Aceleración angular en guiñada por unidad de ángulo de resbalamiento (debido a la fuerza propulsiva)	1/s ²
$C_{\mathcal{N}}$	Coficiente de momento de guiñada del avión	-
$C_{\mathcal{N}\beta}$	Variación del coeficiente de momento de guiñada con el ángulo de resbalamiento	1/rad
$C_{\mathcal{N}\dot{\beta}}$	Variación del coeficiente de momento de guiñada con la tasa de cambio adimensional de ángulo de resbalamiento	1/rad

$C_{N\delta_a}$	Variación del coeficiente de momento de guiñada con el ángulo de deflexión del alerón	1/rad
C_{N_p}	Variación del coeficiente de momento de guiñada con la velocidad angular de balance adimensional	1/rad
C_{N_r}	Variación del coeficiente de momento de guiñada con la velocidad angular de guiñada adimensional	1/rad
$C_{T_{n\beta}}$	Variación de la coeficiente de momento de guiñada creado por la fuerza propulsiva con el ángulo de resbalamiento	1/rad

Direcciones y velocidades lineales y angulares

<u>Símbolo</u>	<u>Descripción</u>	<u>Unidades</u>
γ	Ángulo de asiento de la velocidad	rad
χ	Ángulo de guiñada de la velocidad	rad
μ	Ángulo de balance de la velocidad	rad
ϵ	Ángulo de ataque del empuje	rad
ν	Ángulo de resbalamiento del empuje	rad
α	Ángulo de ataque	rad
α_1	Ángulo de ataque en la configuración de referencia	rad
$\dot{\alpha}$	Tasa de variación del ángulo de ataque	rad/s
β	Ángulo de resbalamiento	rad
$\dot{\beta}$	Tasa de variación del ángulo de resbalamiento	rad/s
θ	Ángulo de asiento	rad
ψ	Ángulo de guiñada	rad
ϕ	Ángulo de balance	rad
δ_e	Ángulo del elevador	rad
δ_{e1}	Ángulo del elevador en la configuración de referencia	rad
$\dot{\delta}_e$	Tasa de variación del ángulo del elevador	rad/s
δ_a	Ángulo del alerón	rad
$\dot{\delta}_a$	Tasa de variación del ángulo del alerón	rad/s
δ_f	Ángulo de flaps	rad
$\dot{\delta}_f$	Tasa de variación del ángulo de flaps	rad/s
u	Velocidad en el eje x	m/s
u_1	Velocidad en el eje x en la configuración de referencia	m/s

v	Velocidad en el eje y	m/s
w	Velocidad en el eje z	m/s
\hat{u}	Velocidad adimensional en el eje x	-
\hat{v}	Velocidad adimensional en el eje y	-
\hat{w}	Velocidad adimensional en el eje z	-
p	Velocidad angular en balance	rad/s
\hat{p}	Velocidad angular en balance adimensional	-
\dot{p}	Aceleración angular en balance	rad/s ²
q	Velocidad angular en cabeceo	rad/s
\hat{q}	Velocidad angular en cabeceo adimensional	-
\dot{q}	Aceleración angular en cabeceo	rad/s ²
r	Velocidad angular en guiñada	rad/s
\hat{r}	Velocidad angular en guiñada adimensional	-
\dot{r}	Aceleración angular en guiñada	rad/s ²

Otros parámetros

<u>Símbolo</u>	<u>Descripción</u>	<u>Unidades</u>
t	Tiempo	s
\hat{t}	Tiempo adimensional	-
Re	Número de Reynolds	-
M	Número de Mach	-
\vec{V}	Vector velocidad aerodinámica	m/s
V	Velocidad aerodinámica (módulo)	m/s
μ	Viscosidad (dinámica) del aire	kg/m/s
ρ	Densidad del aire kg/m ³	
ν	Viscosidad cinemática del aire	m ² /s
p	Presión del aire	kg/m/s ²
γ	Coefficiente de dilatación adiabática del aire	-
a	Velocidad del sonido	m/s
m	Masa del ala	kg
\hat{m}	Masa adimensional del ala	-

W	Peso del ala	N
g	Gravedad terrestre	m/s ²
V_s	Velocidad de entrada en pérdida	m/s
\bar{q}	Presión dinámica	kg/m/s ²
\bar{q}_1	Presión dinámica en la configuración de referencia	kg/m/s ²
$T_{\frac{1}{2}}$	Tiempo en reducirse a la mitad la amplitud	s
T_2	Tiempo en doblarse la amplitud	s
ξ	Amortiguamiento	-
ω_n	Frecuencia natural	rad/s

Capítulo 1

Introducción

El desarrollo y fabricación de una aeronave es una tarea que en ningún caso se puede categorizar de simple y mucho menos de barata. Se trata de un proyecto altamente multidisciplinar, en el que el trabajo de una inmensa cantidad de personas es puesto en común para dar lugar a lo que finalmente será un "masijo" de materiales de muy diversa naturaleza como metales, plásticos e incluso maderas, que pesará desde unos cuantos de kilogramos hasta cientos de toneladas, y capaz de mantener un vuelo seguro a alturas a las que las condiciones de presión, temperatura y niveles de oxígeno en el aire no son aptas para el ser humano.

Se ha hecho referencia al carácter multidisciplinar de este tipo de proyectos, esto es, la gran cantidad de áreas de conocimiento que intervienen en este tipo de proyectos. Es por esto que en la industria Aeronáutica la estructuración y división del trabajo se hace especialmente importante, se hace necesario contar con grupos de personas pertenecientes a un mismo departamento y especializados en un aspecto concreto del proyecto. Es importante saber interpretar bien lo anterior ya que la división del trabajo en ningún caso implica el aislamiento del mismo y con esto se pretende subrayar lo fundamental que resulta la concurrencia de los distintos departamentos para dar lugar a un proyecto exitoso.

1.1. ¿Qué es ASPro?

ASPro da respuesta a la necesidad de mejora de algunos aspectos del software actual AS.gui. Ambas herramientas están destinadas al ámbito académico y han sido concebidas para llevar a cabo distintos tipos de análisis preliminares de estabilidad. Para mayor información acerca de AS.gui consultar [3] ya que este documento se centrará en ASPro.

Tal como se ha dicho antes, ASPro es un software de carácter académico destinada a apoyar a los alumnos que cursen la asignatura de Cálculo de Aeronaves en las tareas implicadas en los estudios de estabilidad entre las que se encuentran el posicionamiento de las superficies sustentadoras, dimensionamiento de las superficies de control direccional (timón de dirección), dimensionamiento de las superficies de control lateral (aleros)...

Además de estas herramientas, ASPro permite llevar a cabo análisis de trimado longitudinal de la aeronave a lo largo del crucero, esto es, para distintos valores del peso y de la posición del centro de gravedad.

Así mismo, una vez definida con suficiente nivel de detalle la aeronave, la herramienta tiene potencial para llevar a cabo el cálculo de más de 40 derivadas de estabilidad y control implementando las expresiones y tablas que se pueden encontrar en la literatura. Por último, una vez calculadas las derivadas de estabilidad, proporciona resultados de la estabilidad dinámica, generando a partir de estos evoluciones temporales de la actitud de la aeronave ante perturbaciones.

1.2. Motivación

Como se comentaba anteriormente, el iniciar el desarrollo de una aeronave requiere un gran desembolso económico que en la mayoría de los casos se ve incrementado por errores cometidos en las distintas fases del diseño. Cuanto más avanzado se encuentra el estado del proyecto, más caro resulta resolver dichos errores por lo que contar con unos resultados fruto de estudios preliminares que sean lo más cercanos a la realidad posible es algo muy interesante aunque no en todos los casos alcanzable. Es aquí donde surge la necesidad de contar con herramientas que nos permitan alcanzar una buena precisión en las estimaciones.

Hasta no hace mucho, las herramientas con las que se contaban no eran más que libros en los que se encontraban almacenados una ingente cantidad de datos y expresiones que representaban las tendencias históricas de anteriores diseños. Hoy en día toda esa información esta disponible en formato digital gracias al avance de la tecnología informática que ha permitido el desarrollo de software capaz de interpretar dicha información en función de los datos de la aeronave y proporcionar resultados muy acertados.

Haciendo una vez más referencia a lo comentado en el primer párrafo, con respecto a lo que se comentaba de que una aeronave debe ser capaz de "mantener un vuelo seguro", esta seguridad implica, junto a otros muchos factores, un vuelo estable, tanto estática como dinámicamente y es en este aspecto del diseño de una aeronave en el que se centrará la herramienta desarrollada, **ASPro**.

1.3. Contextualización

La razón de ser de ASPro se encuentra en la asignatura Cálculo de aeronaves impartida por Sergio Esteban Roncero, tutor de este Trabajo de Fin de Grado, en el cuarto curso del Grado en Ingeniería Aeroespacial y en el quinto curso de la antigua titulación de Ingeniero Aeronáutico. A diferencia de la practica totalidad del resto de materias impartidas en este grado, el método de evaluación de esta asignatura sigue la filosofía *Project Based Learning* (Aprendizaje Basado en Proyectos). En grupos de entorno a 10 personas que se constituyen como empresas ficticias del sector aeronáutico, los alumnos deben desarrollar un diseño conceptual de aeronave que de respuesta al RFP presentado por el profesor. Para llevar a cabo esta tarea, cada grupo debe llevar a cabo una estructuración para quedar repartidos en distintos departamentos, cada uno de los cuales se centrara un aspecto concreto del diseño:

- Departamento de Aerodinámica
- Departamento de Diseño y Sistemas
- Departamento de Propulsión y Actuaciones
- Departamento de Pesos y Estructuras
- Departamento de Estabilidad y Control

En la figura 1.1 ilustra la interacción y concurrencia existentes entre las distintas áreas de desarrollo del proyecto.

La serie de herramientas ".Academic" pretende ser una ayuda para algunos de estos departamentos, de manera que los alumnos puedan emplear su tiempo y esfuerzo en asimilar los contenidos realmente importantes de la asignatura y no en transcribir atentamente largas expresiones a código que después requerirá aún más tiempo para descubrir los errores que se hayan podido cometer en la programación. En concreto, la herramienta presentada en este documento pretende ser una ayuda mejorada con respecto a la primera versión, ".AS.gui", para el Departamento de Estabilidad y Control.

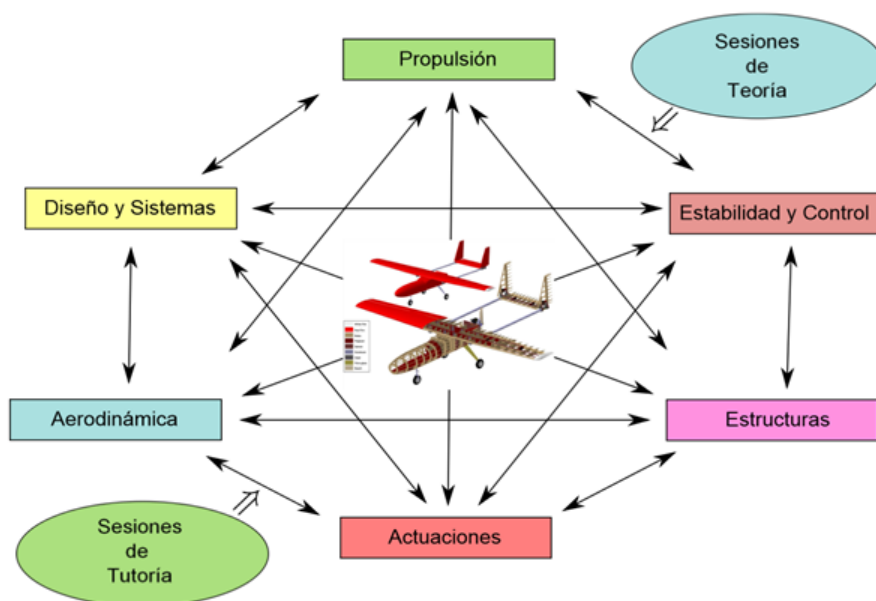
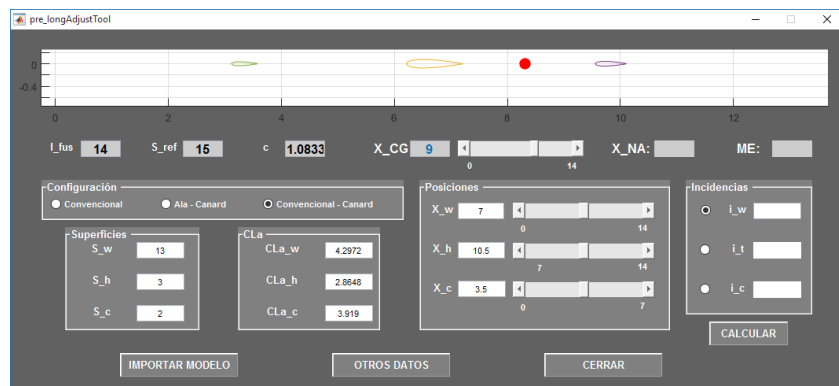


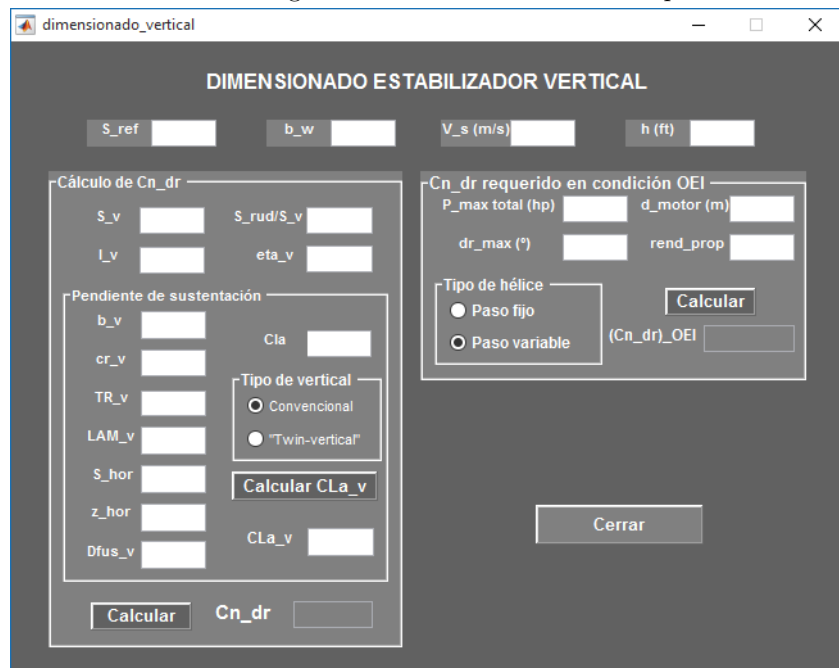
Figura 1.1: Interacción entre las distintas áreas de diseño

Tras la experiencia del que escribe con la herramienta original, ".AS.gui", surgieron una serie de ideas que harían de este software una herramienta más práctica, útil y potente, a la par que más intuitivo y más sencillo su manejo. Finalmente estas ideas quedarían plasmadas en una serie de objetivos, los cuales se enumeran a continuación:

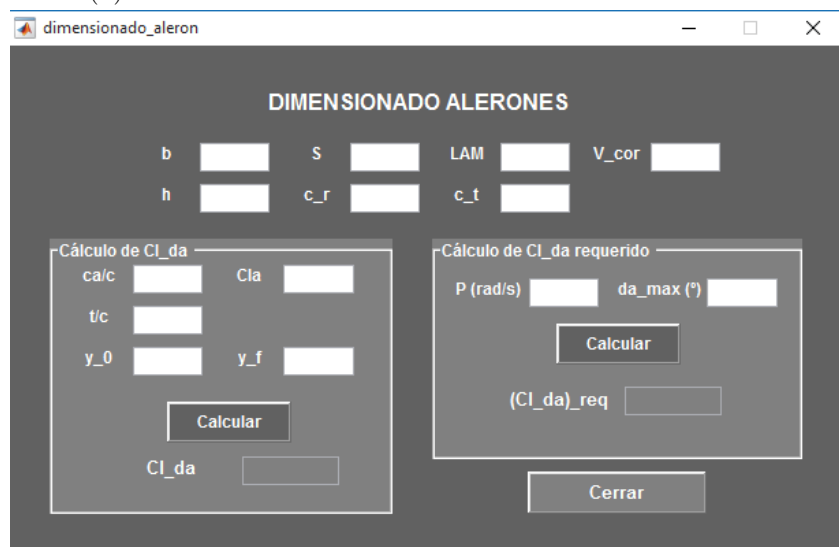
- Desarrollar un módulo dentro de la herramienta que permita llevar a cabo análisis preliminares del margen estático en función de las posiciones de ala, horizontal y canard, figura 1.2a.
- Incluir un asistente para el diseño de las superficies de control lateral direccional, figuras 1.2b y 1.2c.
- Mejora de las interfaces de introducción de los datos de la aeronave.
- Digitalización de las gráficas de las que se obtienen coeficientes que intervienen en las expresiones empleadas.
- Desarrollo de una interfaz más amigable y mejora de la estética.
- Mejora de la versatilidad en la importación de modelos creados en otros equipos.
- Revisión de los códigos empleados en la primera versión y resolución de los conflictos.
- Sustitución de las expresiones empleadas en el cálculo de algunas derivadas.
- Cálculo del trimado longitudinal de la aeronave a lo largo del crucero.



(a) Módulo de análisis del margen estático en función de las superficies sustentadoras



(b) Módulo de dimensionamiento del estabilizador vertical



(c) Módulo de dimensionamiento de los alerones

Figura 1.2: Herramientas de diseño en ASPro

1.4. Estado del arte

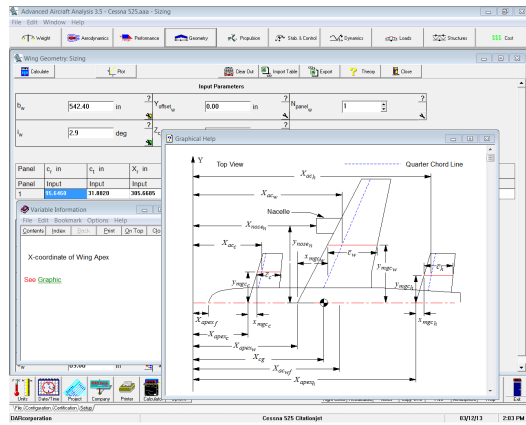
Los estudios de estabilidad que aborda la herramienta desarrollada consisten en llevar a cabo el cálculo de una serie de derivadas de estabilidad que definirán la respuesta del avión. Estas derivadas de estabilidad son calculadas mediante expresiones que incluyen desarrollos matemáticos y coeficientes que recogen datos históricos de otras aeronaves y dependen de distintos datos del diseño en cuestión.

Una serie de autores son los responsables de las distintas expresiones con las que se cuentan actualmente para la estimación de derivadas de estabilidad entre los que se encuentran Jan Roskam, Bandu Pamadi y Frederick Smetana, por citar a aquellos a los que más se ha recurrido para el desarrollo de esta herramienta.

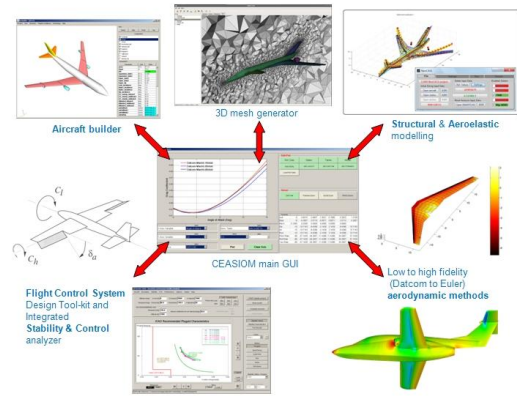
Existen software comerciales que implementan las expresiones comentadas y arrojan resultados a partir de los datos del diseño de la aeronave. Ejemplos de estas herramientas son:

- Advanced Aircraft Analysis (AAA), de DARcorporation, figura 1.3a, es el software de diseño y análisis aerodinámico y de estabilidad de aeronaves más extendido y un estándar en la industria aeronáutica.
- Computerised Environment for Aircraft Synthesis and Integrated Optimisation Methods (CEA-SIOM), figura 1.3b, es un marco de trabajo que cuenta con herramientas que proporcionan apoyo en las distintas fases y aspectos del desarrollo conceptual de una aeronave.
- XFLR5, figura 1.3c, es un software gratuito y de código abierto concebido para el diseño de fuselajes y superficies sustentadoras que permite el análisis aerodinámico y de estabilidad de los mismos. No obstante, según los estudios realizados en [4], la exactitud de los resultados en comparación con los métodos clásicos no es la que cabría esperar.

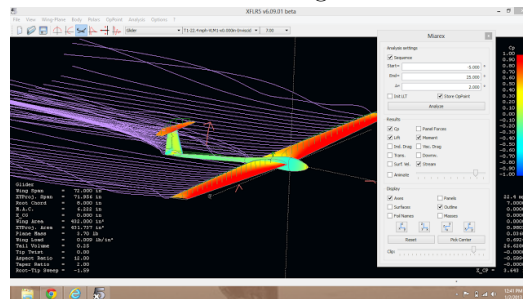
La mayoría de estas plataformas integran las expresiones derivadas del trabajo de Jan Roskam las cuales se encuentran recogidas en [9] y [10].



(a) Captura del software AAA



(b) Capturas del marco de trabajo CEASIM e integración entre los módulos



(c) Captura del software XFRL5

Figura 1.3: Distintos software para realizar estudios de estabilidad

1.5. Antecedentes

En los últimos dos años se han lanzado una serie de herramientas académicas que siguen la misma línea que la presentada documento. Su objetivo, al igual que el de **ASPro** es facilitar algunas de las tareas de los alumnos así como para favorecer la colaboración y concurrencia de las distintas áreas en la asignatura de Cálculo de Aeronaves.

De esta forma, la primera en lanzarse fue la de estabilidad, **AS.gui**, a la que **ASPro** sustituirá. Además, a la primera la sucedieron **AP.gui** concebida como ser una ayuda para el área de propulsión y actuaciones y **AS.gui**, cuya utilidad se encuentra en la estimación de pesos de la aeronave.

Por último, comentar que, en paralelo con la elaboración de este proyecto, se está dando comiento al desarrollo de las actualizaciones de las herramientas de actuaciones y pesos.

Capítulo 2

Ecuaciones de movimiento

En este capítulo se llevará a cabo una introducción teórica del problema del vuelo de una aeronave. Esta introducción fijará un punto de partida para todos los cálculos que se realizarán más adelante y ayudará al lector a conocer la naturaleza y procedencia de las distintas derivadas de estabilidad y control. Los desarrollos empleados en este capítulo están basados en los textos [11], [3], [2] y [7].

2.1. Hipótesis generales

El vuelo de una aeronave es un problema muy complejo cuyo análisis completo es casi inviable y esta fuera de los objetivos de esta introducción. Es por esto que resulta necesario formular una serie de hipótesis que simplificarán el problema lo suficiente para poder abordarlo con el nivel que se pretende:

1. La aeronave es un cuerpo rígido, esto es, la distancia entre cuales quiera puntos de la aeronave no varía con el tiempo.
2. La Tierra se encuentra fija en el espacio y puede ser considerada un sistema de referencia inercial.
3. La atmósfera se encuentra en calma, no existe viento por lo que se encuentra fija con respecto a la Tierra. De esta forma, la velocidad aerodinámica del avión coincide con la velocidad de este con respecto a la tierra.
4. La evolución de variables termodinámicas de la atmósfera con la altitud viene dado por el estándar de atmósfera ISA (International Standard Atmosphere).
5. Se asume que la masa de la aeronave se mantiene constante en los puntos en los que se realizan los distintos estudios.
6. La aeronave es simétrica respecto al plano XZ durante toda la operación de la misma.

2.2. Sistemas de referencia

A lo largo de este capítulo se desarrollarán una serie de expresiones que serán expresadas en el sistema de referencia asociado a los ejes cuerpo de la aeronave. Los cambios de entre sistemas de ejes están basados en una serie de transformaciones que se explican en esta sección, partiendo de los ejes topocéntricos hasta llegar a los ejes cuerpo. Para obtener las componentes de un vector \vec{a} en ejes Y conocidas sus componentes en ejes X , se considera la matriz $[T]^{YX}$ asociada a la transformación $X \rightarrow Y$ que permite escribir

$$[a]^Y = [T]^{YX} [a]^X \quad (2.1)$$

En lo que sigue, se usará esta notación para designar la transformación entre distintos ejes de coordenadas. Se procede ahora a describir los distintos sistemas de referencia utilizados en la dinámica del vuelo, así como la transformación de coordenadas entre ellos.

2.2.1. Sistema inercial topocéntrico

Haciendo la hipótesis de Tierra plana, la superficie terrestre se considera plana y cualquier sistema de referencia fijado a ella (topocéntrico) puede considerarse inercial. Con estas hipótesis, el sistema inercial topocéntrico $T(O, x, y, z)$ se define como sigue:

- O (origen): cualquier punto de la superficie terrestre;
- Eje x : en dirección norte;
- Eje y : en dirección este;
- Eje z : completa un triedro a derechas (dirigido hacia abajo).

El plano formado por los ejes x e y (plano xy) es el plano horizontal.

2.2.2. Sistema de ejes horizonte local

El sistema de ejes horizonte local $H(O_h, x_h, y_h, z_h)$ se define como sigue (ver figura 2.1):

- O_h (origen): centro de masas del vehículo;
- Eje x_h : paralelo al eje x del sistema inercial topocéntrico;
- Eje y_h : paralelo al eje y del sistema inercial topocéntrico;
- Eje z_h : completa un triedro a derechas (paralelo al eje z del sistema inercial topocéntrico).

El plano $x_h y_h$ (formado por los ejes x_h e y_h) es el plano horizontal local.

2.2.2.1. Orientación de los ejes horizonte local (H) respecto de los ejes del sistema inercial topocéntrico (T)

Transformación $T \rightarrow H$: la orientación de los ejes horizonte local coincide en todo momento con la de los ejes del sistema inercial topocéntrico. La matriz de transformación es pues la identidad.

2.2.3. Sistema de ejes viento

El sistema de ejes viento $W(O_w, x_w, y_w, z_w)$ se define como sigue (ver figuras 2.2 y 2.2):

- O_w (origen): centro de masas del avión;
- Eje x_w : dirigido según el vector velocidad aerodinámica \vec{V} y en su mismo sentido;
- Eje z_w : contenido en el plano de simetría del avión, y dirigido hacia abajo en la actitud normal de vuelo;
- Eje y_w : completa un triedro a derechas (dirigido según el ala derecha del avión).

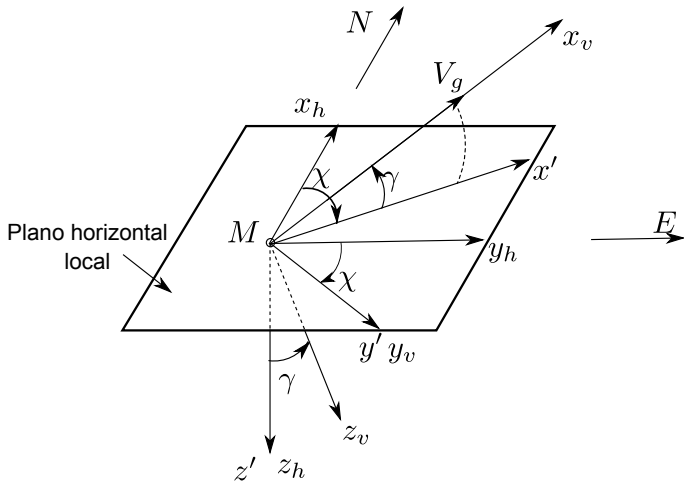


Figura 2.1: Sistema de ejes horizonte local

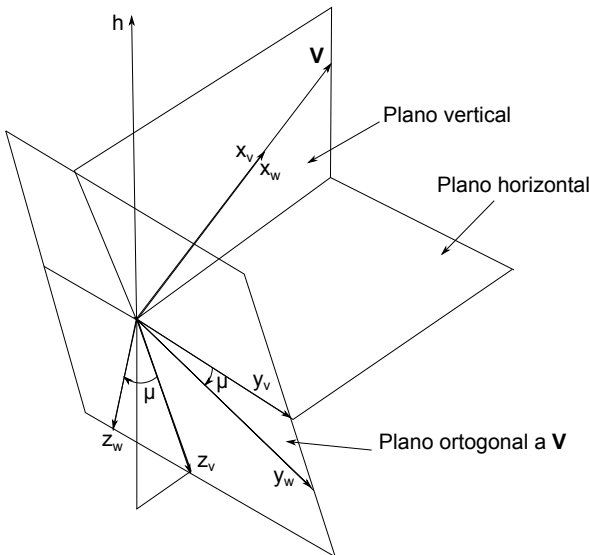


Figura 2.2: Sistema de ejes viento

2.2.3.1. Orientación de los ejes viento (W) respecto de los ejes horizonte local (H)

Los ángulos que permiten describir la orientación de los ejes viento respecto de los ejes horizonte local son los siguientes:

- El ángulo de asiento de velocidad (γ) (en inglés, aerodynamic flight-path angle) es el ángulo formado por el vector velocidad aerodinámica \vec{V} con el plano horizontal local, positivo cuando el avión sube.
- El ángulo de guiñada de velocidad (χ) (en inglés, aerodynamic heading angle) es el ángulo formado por la proyección del vector velocidad \vec{V} sobre el plano horizontal local con la dirección norte, positivo hacia el este.

- El ángulo de balance de velocidad (μ) o ángulo de alabeo (en inglés, bank angle) es el ángulo formado por el eje y_w con la intersección del plano $y_w z_w$ con el plano horizontal, positivo en el sentido de bajar el ala derecha.

Transformación $H \rightarrow W$: los ejes viento se obtienen a partir de los ejes horizonte local mediante una rotación de ángulo χ alrededor del eje z_h , seguida de una rotación de ángulo γ alrededor del eje intermedio y' , seguida de una rotación de ángulo μ alrededor del eje x_w (ver figuras 2.1 y 2.2). La matriz de transformación es

$$[T]^{WH} = \begin{bmatrix} \cos \gamma \cos \chi & \cos \gamma \sin \chi & -\sin \chi \\ \sin \mu \sin \gamma \cos \chi - \cos \mu \sin \chi & \sin \mu \sin \gamma \sin \chi + \cos \mu \cos \chi & \sin \mu \cos \gamma \\ \cos \mu \sin \gamma \cos \chi + \sin \mu \sin \chi & \cos \mu \sin \gamma \sin \chi - \sin \mu \cos \chi & \cos \mu \cos \gamma \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Este sistema de ejes permite orientar de forma natural la fuerza aerodinámica (ver figura 2.3), siendo, por definición, la resistencia (D) la componente según $-x_w$, la fuerza lateral (Q) la componente según $-y_w$ y la sustentación (L) la componente según $-z_w$. Nótese que en general la velocidad \vec{V} no está contenida en el plano de simetría del avión (en el caso de vuelo simétrico sí lo está); se llama ángulo de resbalamiento (en inglés, sideslip angle) al ángulo formado por el vector \vec{V} con el plano de simetría.

Es importante mencionar que la fuerza aerodinámica así definida, en ejes viento, no tendrá las mismas componentes que en ejes estabilidad, los cuales serán utilizados en el desarrollo posterior. En estos ejes, las componentes serán F_{Ax} , F_{Ay} y F_{Az} .

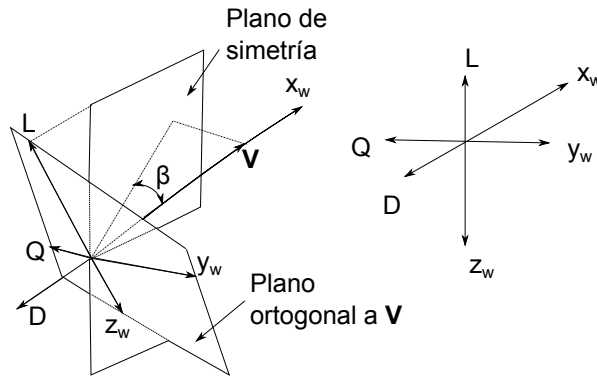


Figura 2.3: Orientación de la fuerza aerodinámica

Para orientar el empuje respecto de los ejes viento, se definen el ángulo de ataque del empuje (ϵ) y el ángulo de resbalamiento del empuje (ν), tal y como se indica en la figura (2.4).

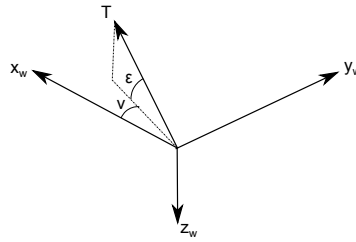


Figura 2.4: Orientación del empuje

2.2.4. Sistema de ejes cuerpo

El sistema de ejes cuerpo $B(O_b, x_b, y_b, z_b)$ se define como sigue (ver figura 2.5):

- O_b (origen): centro de masas del avión;
- Eje x_b : contenido en el plano de simetría del avión, según una línea de referencia longitudinal, y dirigido hacia el morro;
- Eje z_b : contenido en el plano de simetría del avión, ortogonal a x_b , y dirigido hacia abajo en la actitud normal de vuelo;
- Eje y_b : completa un triedro a derechas (es ortogonal al plano de simetría, dirigido según el ala derecha del avión).

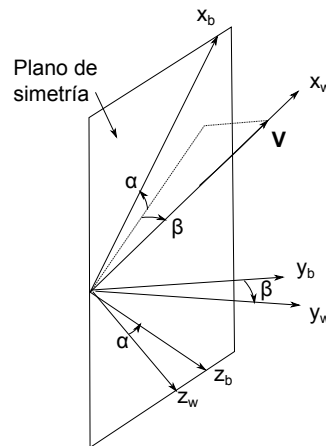


Figura 2.5: Sistema de ejes cuerpo

2.2.4.1. Orientación de los ejes cuerpo (B) respecto de los ejes viento (W)

La orientación de los ejes cuerpo respecto de los ejes viento viene definida por los siguientes ángulos:

- El ángulo de resbalamiento (en inglés, sideslip angle) (β) es el ángulo formado por el vector \vec{V} con el plano de simetría, positivo cuando el aire le entra al avión por la derecha.
- El ángulo de ataque (en inglés, angle of attack) (α) es el ángulo formado por el eje x_b con la proyección del vector \vec{V} sobre el plano de simetría, positivo cuando el aire le entra al avión por abajo.

Transformación $W \rightarrow B$: los ejes cuerpo se obtienen a partir de los ejes viento mediante una rotación de ángulo β alrededor del eje $-z_w$, seguida de una rotación de ángulo α alrededor del eje y_b (ver figura 2.5). La matriz de transformación es

$$[T]^{BW} = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta & -\cos \alpha \sin \beta & -\sin \alpha \\ \sin \beta & \cos \beta & 0 \\ \sin \alpha \cos \beta & -\sin \alpha \sin \beta & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

2.2.4.2. Orientación de los ejes cuerpo (B) respecto de los ejes horizonte local (H)

Por otro lado, la orientación respecto de los ejes horizonte local viene definida por los llamados Ángulos de Euler:

- El ángulo de asiento (en inglés, pitch angle) (θ) es el ángulo formado por el eje x_b con el plano horizontal local, positivo hacia arriba.
- El ángulo de guiñada (en inglés, yaw angle) (ψ) es el ángulo formado por la proyección del eje x_b sobre el plano horizontal local con la dirección norte, positivo hacia el este.
- El ángulo de balance (en inglés, roll angle) (ϕ) es el ángulo formado por el eje y_b con la intersección del plano $y_b z_b$ con el plano horizontal, positivo en el sentido de bajar el ala derecha.

Cuando $\phi = 0$ se dice que el avión vuela con las alas a nivel.

Transformación $H \rightarrow X_1 \rightarrow X_2 \rightarrow B$: los ejes cuerpo se obtienen a partir de los ejes horizonte local mediante una rotación de ángulo ψ alrededor del eje z_h , que permite pasar de los ejes H a los ejes $X_1(O_1, x_1, y_1, z_1 \equiv z_h)$; seguida de una rotación de ángulo θ alrededor del eje intermedio y_1 , que pasa desde los ejes X_1 a los ejes $X_2(O_2, x_2, y_2 \equiv y_1, z_2)$; seguida de una última rotación de ángulo ϕ alrededor del eje $x_2 \equiv x_b$, que lleva los ejes X_2 a los ejes cuerpo finales. La matriz de transformación se construye a partir de las tres transformaciones elementales descritas:

$$\begin{aligned} [T]^{BH} &= \overbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}}^{T^{BX_2}} \overbrace{\begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}}^{T^{X_2X_1}} \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ \sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi & \sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi & \sin \phi \cos \theta \\ \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi & \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Esta matriz verifica la siguiente relación

$$[T]^{BH} = [T]^{BW} [T]^{WH} \quad (2.5)$$

la cual permite relacionar los ángulos (θ, ψ, ϕ) con los ángulos (α, β) y (γ, χ, μ) .

2.3. Desarrollo del modelo no lineal de 6 grados de libertad

El objetivo que se persigue es relacionar el movimiento de la aeronave con las fuerzas que actúan sobre ella. En primer lugar, conviene hacer las siguientes definiciones:

- $\vec{r}_c = (x_c, y_c, z_c)^T$: Vector de posición del avión respecto del sistema topocéntrico (nótese el abuso de notación, ya que en este caso el superíndice T representa la traspuesta del vector, no la proyección en el sistema topocéntrico).
- \vec{V}_c : Vector velocidad del avión respecto del sistema topocéntrico.
- \vec{V}_w : Velocidad del viento respecto del sistema topocéntrico.
- \vec{V} : Vector velocidad aerodinámica del avión. Las fuerzas y momentos aerodinámicos dependen de esta velocidad.

$$\vec{V} = \vec{V}_c - \vec{V}_w \quad (2.6)$$

Como se comentó en las hipótesis generales, no se considerará viento, por lo que la velocidad aerodinámica del avión coincide con la velocidad respecto a tierra, y, por ser el sistema topocéntrico inercial (hipótesis de Tierra plana), coincidirá también con la velocidad inercial ($\vec{V} = \vec{V}_c = \vec{V}_I$).

En la figura (2.6) se puede ver el criterio de signos para las fuerzas y momentos aerodinámicos, así como para las velocidades lineales y angulares. Recuérdesse que en el índice de notación se puede consultar la nomenclatura seguida.

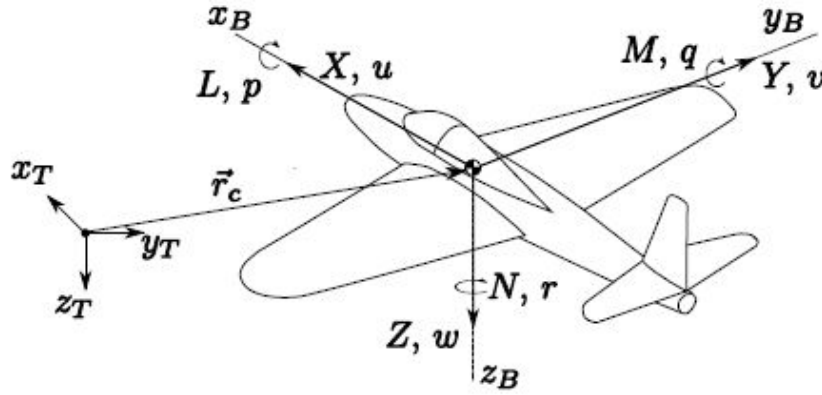


Figura 2.6: Criterio de signos

El desarrollo de las ecuaciones dinámicas se hará en los ejes cuerpo del avión. En estos ejes, se definen los siguientes vectores:

$$[V]^B = [u, v, w]^T \quad (2.7)$$

$$[\omega]^B = [p, q, r]^T \quad (2.8)$$

$$[F_A]^B = [F_{Ax}, F_{Ay}, F_{Az}]^T \quad (2.9)$$

$$[F_T]^B = [F_{Tx}, F_{Ty}, F_{Tz}]^T \quad (2.10)$$

$$[M_A]^B = [\mathcal{L}_A, \mathcal{M}_A, \mathcal{N}_A]^T \quad (2.11)$$

$$[M_T]^B = [\mathcal{L}_T, \mathcal{M}_T, \mathcal{N}_T]^T \quad (2.12)$$

donde u , v y w son las velocidades lineales en los ejes x , y , z , respectivamente; p , q y r son las velocidades angulares de balance, cabeceo y guiñada; F_{Ax} , F_{Ay} y F_{Az} son las componentes de la fuerza aerodinámica en los ejes cuerpo; F_{Tx} , F_{Ty} y F_{Tz} son las componentes de la fuerza propulsiva en dichos ejes; \mathcal{L}_A , \mathcal{M}_A y \mathcal{N}_A son los momentos aerodinámicos y \mathcal{L}_T , \mathcal{M}_T y \mathcal{N}_T son los momentos producidos por la fuerza propulsiva.

2.3.1. Ecuaciones cinemáticas lineales

Para empezar se plantean las ecuaciones cinemáticas lineales, que permiten conocer la posición del vehículo a partir de su velocidad.

$$[V_c]^T = \left[\frac{dr_c}{dt} \right]^T = \begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \\ \dot{z}_c \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Puesto que las ecuaciones se van a plantear en los ejes cuerpo, se dispondrá de $[V_c]^B$, por lo que hay que hacer la transformación:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \\ \dot{z}_c \end{bmatrix} &= [T]^{TB} \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} u \cos \theta \cos \psi + v(\sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi) + w(\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) \\ u \cos \theta \sin \psi + v(\sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi) + w(\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) \\ -u \sin \theta + v \sin \phi \cos \theta + w \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.14)$$

2.3.2. Ecuaciones cinemáticas angulares

A continuación se van a escribir las ecuaciones cinemáticas angulares, las cuales permiten conocer los parámetros de actitud (ángulos de Euler: θ , ψ y ϕ) a partir de la velocidad angular.

A partir de la transformación $H \rightarrow B$ explicada en la sección (2.2.4.2), se puede escribir el vector velocidad angular de la siguiente forma:

$$\vec{\omega} = \dot{\psi} \vec{k}_H + \dot{\theta} \vec{j}_{X_1} + \dot{\phi} \vec{i}_B \quad (2.15)$$

donde \vec{k}_H , \vec{j}_{X_1} y \vec{i}_B son los vectores unitarios según los ejes z_h , y_1 y x_b , respectivamente. Proyectando esta ecuación en ejes cuerpo a partir de las matrices de transformación descritas en la sección (2.2.4.2):

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \dot{\psi} [T]^{BH} [k_H]^H + \dot{\theta} [T]^{BX_2} [T]^{X_2X_1} [j_{X_1}]^{X_1} + \dot{\phi} [i_B]^B \quad (2.16)$$

Y haciendo las transformaciones indicadas queda:

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta \\ \dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \cos \theta \sin \phi \\ -\dot{\theta} \sin \phi + \dot{\psi} \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Por último, conviene despejar en estas ecuaciones las derivadas de los ángulos de Euler en un mismo miembro de la ecuación:

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p + (q \sin \phi + r \cos \phi) \tan \theta \\ q \cos \phi - r \sin \phi \\ (q \sin \phi + r \cos \phi) \sec \theta \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

2.3.3. Ecuaciones dinámicas

La evolución de las distintas variables de estado del movimiento de un cuerpo rígido respecto a un sistema de referencia inercial en función de las fuerzas y momentos que actúan sobre el mismo viene dada por la Segunda Ley de Newton indicadas en 2.19, el desarrollo de las cuales nos proporcionará las ecuaciones dinámicas.

$$\begin{aligned} \sum \vec{F}_{ext} &= \frac{d\vec{C}}{dt}, \text{ siendo } \vec{C} = m\vec{v} \\ \sum \vec{M}_{ext} &= \frac{d\vec{\Gamma}}{dt}, \text{ siendo } \vec{\Gamma} = \vec{\omega}\vec{I} \end{aligned} \quad (2.19)$$

Estando dadas las componentes del vector velocidad \vec{v} y velocidad angular $\vec{\omega}$ por 2.20,

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}, \quad \vec{\omega} = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

y el tensor de inercia \vec{I} por 2.21.

$$\vec{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{xy} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{xz} & I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Las fuerzas y momentos exteriores que actúan sobre la aeronave son de tipo aerodinámico, propulsivo y gravitatorio, pudiéndose expresar según 2.22.

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{F}_A + \vec{F}_T + m\vec{g}, \quad \sum \vec{M}_{ext} = \vec{M}_A + \vec{M}_T \quad (2.22)$$

Las derivadas temporales deben ser tomadas desde un sistema de referencia inercial como es el topocéntrico, sin embargo el tensor de inercia \vec{I} es conocido respecto al sistema de ejes cuerpo. Es por esto que las ecuaciones van a ser proyectadas en los ejes cuerpo y se van a tomar estas derivadas temporales aplicando la Fórmula de Poisson llegando a 2.23

$$\begin{aligned} \left. \frac{d\vec{C}}{dt} \right|_{inercial} &= \left. \frac{d\vec{C}}{dt} \right|_B + \vec{\omega} \times \vec{C} \\ \left. \frac{d\vec{\Gamma}}{dt} \right|_{inercial} &= \left. \frac{d\vec{\Gamma}}{dt} \right|_B + \vec{\omega} \times \vec{\Gamma} \end{aligned} \quad (2.23)$$

El desarrollo de estas expresiones lleva a las ecuaciones indicadas

$$\begin{aligned} F_{A_x} + F_{T_x} - mg \sin \theta &= m(\dot{u} + qw - rv) \\ F_{A_y} + F_{T_y} + mg \cos \theta \sin \phi &= m(\dot{v} + ru - pw) \\ F_{A_z} + F_{T_z} + mg \cos \theta \cos \phi &= m(\dot{w} + pv - qu) \\ \mathcal{L}_A + \mathcal{L}_T &= \dot{p}I_{xx} - I_{xz}(pq + \dot{r}) + qr(I_{zz} - I_{yy}) \\ \mathcal{M}_A + \mathcal{M}_T &= \dot{q}I_{yy} - rp(I_{xx} - I_{zz}) + I_{xz}(p^2 - r^2) \\ \mathcal{N}_A + \mathcal{N}_T &= \dot{r}I_{zz} - I_{xz}(\dot{p} - qr) + pq(I_{yy} - I_{xx}) \end{aligned} \quad (2.24)$$

Las ecuaciones expuestas (2.15, 2.18 y 2.24) conforman un sistema de 12 ecuaciones diferenciales no lineales que permiten obtener la evolución de las 12 variables de estado:

$$\vec{x} = [x_c, y_c, z_c, \phi, \theta, \psi, u, v, w, p, q, r]$$

El cierre del problema será posible si se cuenta con las expresiones de las fuerzas y momentos resultantes que actúan sobre la aeronave, los cuales, en general, serán función de la evolución pasada de las velocidades lineales y angulares así como de las entradas del sistema o vector de control que para el caso de la aeronave estará formado por las deflexiones de las distintas superficies de control: timón de profundidad y de dirección, alerones, flaps...

En función del tipo de propulsión empleada por la aeronave, es posible modelar la fuerza y momento propulsivos. No obstante, el desarrollo de un modelo aerodinámico preciso es una tarea de gran dificultad ya que, en general, las fuerzas y momentos dependerán de forma no lineal de las variables de estado y control.

2.4. Modelo linealizado de pequeñas perturbaciones

Trabajar con las ecuaciones no lineales que se acaban de obtener para realizar estudios de estabilidad y control es una tarea que resulta prácticamente imposible por lo que es fundamental encontrar la forma de simplificar el problema. Para ello se selecciona un punto de operación de la aeronave, en torno al cual se linealizan las ecuaciones. De esta forma, se llega a un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias lineal cuya resolución si resulta práctica y abordable, aunque la solución obtenida únicamente será válida cuando el estado de la aeronave consista en pequeñas perturbaciones alrededor del punto de operación.

De esta forma, las variable de estado serán expresadas como suma de su valor en el punto de operación (subíndice "1") más una pequeña desviación (con la misma nomenclatura que el valor total de la variable) (obsérvese el abuso de notación):

$$\begin{aligned} u &= u_1 + u(t) & p &= p_1 + p(t) & \phi &= \phi_1 + \phi(t) \\ v &= v_1 + v(t) & q &= q_1 + q(t) & \theta &= \theta_1 + \theta(t) \\ w &= w_1 + w(t) & r &= r_1 + r(t) & \psi &= \psi_1 + \psi(t) \\ F_{A_x} &= F_{A_{x_1}} + \Delta F_{A_x} & F_{A_y} &= F_{A_{y_1}} + \Delta F_{A_y} & F_{A_z} &= F_{A_{z_1}} + \Delta F_{A_z} \\ F_{T_x} &= F_{T_{x_1}} + \Delta F_{T_x} & F_{T_y} &= F_{T_{y_1}} + \Delta F_{T_y} & F_{T_z} &= F_{T_{z_1}} + \Delta F_{T_z} \\ \mathcal{M}_A &= \mathcal{M}_{A_1} + \Delta \mathcal{M}_A & \mathcal{L}_A &= \mathcal{L}_{A_1} + \Delta \mathcal{L}_A & \mathcal{N}_A &= \mathcal{N}_{A_1} + \Delta \mathcal{N}_A \\ \mathcal{M}_T &= \mathcal{M}_{T_1} + \Delta \mathcal{M}_T & \mathcal{L}_T &= \mathcal{L}_{T_1} + \Delta \mathcal{L}_T & \mathcal{N}_T &= \mathcal{N}_{T_1} + \Delta \mathcal{N}_T \end{aligned}$$

El punto de operación se seleccionara en un estado de vuelo simétrico ($v_1 = 0$), rectilíneo ($\phi_1 = 0$), estacionario (u_1, v_1, w_1, p_1, q_1 y r_1 constantes) y con velocidades angulares nulas ($p_1 = q_1 = r_1 = \dot{\phi}_1 = \dot{\theta}_1 = \dot{\psi}_1 = 0$). Con el fin de anular la velocidad vertical en el punto de operación ($w_1 = 0$) y simplificar lo máximo posible, se define el sistema de ejes estabilidad ($S(O_s, x_s, y_s, z_s)$), que no es más que el anterior sistema de ejes cuerpo para una situación particular: El eje x_b va según la dirección y sentido de la velocidad de referencia (u_1). De esta forma, el sistema de ejes viene definido por:

- O_s (origen): centro de gravedad del avión;
- Eje x_s : según la dirección de la velocidad del estado de referencia (\vec{V}_1);

$$[V_1]^S = [u_1, 0, 0]^T$$

- Eje y_s : paralelo a y_b ;
- Eje z_s : formando un triedro a derechas.

En este sistema de ejes, las variables de estado en el punto de operación resultan todas nulas excepto u_1 , θ_1 y ψ_1 . La velocidad u_1 será la que se tenga en la configuración de referencia, con el avión trimado longitudinalmente a un ángulo de ataque $\alpha_1 = \theta_1$ y con una deflexión de elevador δ_{e_1} .

Se puede entonces proceder a linealizar las ecuaciones dinámicas y cinemáticas angulares. Los términos de segundo orden en las perturbaciones respecto del punto de operación se desprecian y los términos no lineales que puedan aparecer en las ecuaciones son aproximadas por la parte lineal de sus series de Taylor en torno al punto de operación.

$$\sin(\phi_1 + \phi(t)) \approx \sin \phi_1 + \phi(t) \cos \phi_1$$

$$\cos(\phi_1 + \phi(t)) \approx \cos \phi_1 - \phi(t) \sin \phi_1$$

Con esto y, sabiendo que el punto de operación satisface las ecuaciones del sistema (lo cual permite simplificar las ecuaciones), se obtienen las ecuaciones linealizadas:

$$m(\dot{u} - v_1 r - r_1 v + w_1 q + q_1 w) + mg \cos \theta_1 = \Delta F_{A_x} + \Delta F_{T_x} \quad (2.25)$$

$$m(\dot{v} + u_1 r + r_1 u - w_1 p - p_1 w) + mg(\theta \sin \phi_1 \sin \theta_1 - \phi \cos \phi_1 \cos \theta_1) = \Delta F_{A_y} + \Delta F_{T_y} \quad (2.26)$$

$$m(\dot{w} - u_1 q - q_1 u + v_1 p + p_1 v) + mg(\theta \cos \phi_1 \sin \theta_1 + \phi \sin \phi_1 \cos \theta_1) = \Delta F_{A_z} + \Delta F_{T_z} \quad (2.27)$$

$$I_{xx}\dot{p} - I_{xz}\dot{r} - I_{xz}(p_1 q + q_1 p) + (I_{zz} - I_{yy})(r_1 q + q_1 r) = \Delta \mathcal{L}_A + \Delta \mathcal{L}_T \quad (2.28)$$

$$I_{yy}\dot{q} + (I_{xx} - I_{zz})(p_1 r + r_1 p) + I_{xz}(2p_1 p - 2r_1 r) = \Delta \mathcal{M}_A + \Delta \mathcal{M}_T \quad (2.29)$$

$$I_{zz}\dot{r} - I_{xz}\dot{p} + (I_{yy} - I_{xx})(p_1 q + q_1 p) + I_{xz}(q_1 r + r_1 q) = \Delta \mathcal{N}_A + \Delta \mathcal{N}_T \quad (2.30)$$

$$p + (q \sin \phi_1 + r \cos \phi_1 + \phi \dot{\theta}_1) \tan \theta_1 + \theta \dot{\psi}_1 \sec \theta_1 = \dot{\phi} \quad (2.31)$$

$$q \cos \phi_1 - r \sin \phi_1 - \phi \cos \theta_1 \dot{\psi}_1 = \dot{\theta} \quad (2.32)$$

$$(q \sin \phi_1 + r \cos \phi_1 + \phi \dot{\theta}_1 + \theta \sin \theta_1 \dot{\psi}_1) \sec \theta_1 = \dot{\psi} \quad (2.33)$$

Si ahora se particularizan las expresiones anteriores para el vuelo de referencia dado, las ecuaciones quedan de la siguiente manera (donde ahora todos los giros, velocidades y fuerzas vienen dados en los ejes estabilidad):

$$m\dot{u} + mg\theta \cos \theta_1 = \Delta F_{A_x} + \Delta F_{T_x} \quad (2.34)$$

$$m(\dot{v} + ru_1) - mg\phi \cos \theta_1 = \Delta F_{A_y} + \Delta F_{T_y} \quad (2.35)$$

$$m(\dot{w} - qu_1) + mg\theta \sin \theta_1 = \Delta F_{A_z} + \Delta F_{T_z} \quad (2.36)$$

$$I_{xx}\dot{p} - I_{xz}\dot{r} = \Delta \mathcal{L}_A + \Delta \mathcal{L}_T \quad (2.37)$$

$$I_{yy}\dot{q} = \Delta \mathcal{M}_A + \Delta \mathcal{M}_T \quad (2.38)$$

$$I_{zz}\dot{r} - I_{xz}\dot{p} = \Delta \mathcal{N}_A + \Delta \mathcal{N}_T \quad (2.39)$$

$$p + r \tan \theta_1 = \dot{\phi} \quad (2.40)$$

$$q = \dot{\theta} \quad (2.41)$$

$$r \sec \theta_1 = \dot{\psi} \quad (2.42)$$

En las ecuaciones linealizadas aparecen las fuerzas y momentos de perturbación, pero no se ha mencionado qué valor tienen que tener las fuerzas y momentos de referencia. En ejes estabilidad, para

que las variables del estado de referencia cumplan las ecuaciones del movimiento, se tienen que cumplir las ecuaciones dinámicas originales (sin linealizar):

$$F_{A_{x_1}} + F_{T_{x_1}} = mg \sin \theta_1 \quad (2.43)$$

$$F_{A_{y_1}} + F_{T_{y_1}} = 0 \quad (2.44)$$

$$F_{A_{z_1}} + F_{T_{z_1}} = -mg \cos \theta_1 \quad (2.45)$$

$$\mathcal{L}_{A_1} + \mathcal{L}_{T_1} = 0 \quad (2.46)$$

$$\mathcal{M}_{A_1} + \mathcal{M}_{T_1} = 0 \quad (2.47)$$

$$\mathcal{N}_{A_1} + \mathcal{N}_{T_1} = 0 \quad (2.48)$$

Las anteriores ecuaciones dan el valor de las fuerzas y momentos aerodinámicos y propulsivos que existen en el estado de referencia cuando se vuela con un ángulo de asiento θ_1 . Con la linealización llevada a cabo, los ángulos de ataque y resbalamiento se pueden aproximar como:

$$\alpha = \arctan \frac{w_1 + w(t)}{u_1 + u(t)} \rightarrow \alpha \approx \frac{w}{u_1} \quad (2.49)$$

$$\beta = \arcsin \frac{v_1 + v(t)}{|\vec{V}|} \rightarrow \beta \approx \frac{v}{u_1} \quad (2.50)$$

2.4.1. Modelo lineal de fuerzas aerodinámicas y propulsivas

Por último, queda pendiente definir una expresión (lineal) de las fuerzas y momentos aerodinámicos y propulsivos. Estrictamente, estos son funcionales de las variables de estado y su historia pasada. Si A es una fuerza o momento aerodinámico y ξ es una variable de estado, se puede considerar que:

$$A(t) = A(\xi(\tau)) \quad , \quad -\infty < \tau \leq t \quad (2.51)$$

Puesto que una función se puede reconstruir si se conocen sus infinitas derivadas en un punto, esto es equivalente a:

$$A(t) = A(\xi, \dot{\xi}, \ddot{\xi}, \dots)$$

Ante la dificultad de conocer con exactitud este modelo aerodinámico, en la práctica se linealiza la expresión anterior, considerando que únicamente serán relevantes los términos hasta la primera derivada:

$$A \approx A_1 + A_\xi \xi + A_{\dot{\xi}} \dot{\xi}$$

donde: $A_\xi = \left. \frac{\partial A}{\partial \xi} \right|_1$, $A_{\dot{\xi}} = \left. \frac{\partial A}{\partial \dot{\xi}} \right|_1$. En general, para las fuerzas y momentos aerodinámicos, se tendrá:

$$A \simeq f(t, u, \dot{u}, v, \dot{v}, w, \dot{w}, p, \dot{p}, q, \dot{q}, r, \dot{r}, \delta_a, \dot{\delta}_a, \delta_c, \dot{\delta}_c, \delta_e, \dot{\delta}_e, \delta_r, \dot{\delta}_r, \delta_T, \dot{\delta}_T)$$

por lo que linealizando se reduce a:

$$\Delta A \approx A_u u + A_{\dot{u}} \dot{u} + \dots + A_p p + A_{\dot{p}} \dot{p} + \dots + A_{\delta_a} \delta_a + A_{\dot{\delta}_a} \dot{\delta}_a$$

Los términos $A_u, A_{\dot{u}}, \dots$ son conocidos como **derivadas de estabilidad**. Para cerrar el modelo aerodinámico, se necesita la ley de control del avión.

En ejes estabilidad, las fuerzas aerodinámicas de resistencia y sustentación coinciden con la dirección de los ejes, al ir estos según la velocidad de referencia. De este modo:

$$F_{A_{x_1}} = -D \quad (2.52)$$

$$F_{A_{z_1}} = -L \quad (2.53)$$

Las fuerzas y momentos aerodinámicos, en primera aproximación, no dependerán de todas las variables de estado. Por ello, se realizarán las siguientes aproximaciones:

- Por simetría del avión y de las condiciones de referencia, las derivadas de estabilidad de $F_{A_y}, F_{T_y}, \mathcal{L}_A, \mathcal{L}_T, \mathcal{N}_A$ y \mathcal{N}_T respecto de las variables longitudinales (u, w, q, δ_e) son nulas.
- Por simetría del avión, las derivadas de estabilidad de $F_{A_x}, F_{T_x}, F_{A_z}, F_{T_z}, \mathcal{M}_A$ y \mathcal{M}_T respecto de las variables laterales-direccionales (v, p, r, δ_a) son nulas.
- Se desprecian todas las derivadas de estabilidad que involucran aceleraciones lineales y angulares, excepto: $Z_{\dot{w}}, \mathcal{M}_{\dot{w}}$.

En cuanto a las fuerzas y momentos propulsivos, se tendrá un modelo sencillo en el que sólo aparecerán algunas derivadas de estabilidad ($X_{T_u}, \mathcal{M}_{T_u}, \mathcal{M}_{T_\alpha}$ y \mathcal{N}_{T_β}).

De este modo, el modelo queda:

$$\frac{\Delta F_{A_x}}{m} = X_u u + X_\alpha \alpha + X_{\delta_e} \delta_e + X_{\delta_c} \delta_c \quad (2.54)$$

$$\frac{\Delta F_{T_x}}{m} = X_{T_u} u \quad (2.55)$$

$$\frac{\Delta F_{A_y}}{m} = Y_\beta \beta + Y_p p + Y_r r + Y_{\delta_a} \delta_a + Y_{\delta_r} \delta_r \quad (2.56)$$

$$\frac{\Delta F_{T_y}}{m} = 0 \quad (2.57)$$

$$\frac{\Delta F_{A_z}}{m} = Z_u u + Z_\alpha \alpha + Z_{\dot{\alpha}} \dot{\alpha} + Z_q q + Z_{\delta_e} \delta_e + Z_{\delta_c} \delta_c \quad (2.58)$$

$$\frac{\Delta F_{T_z}}{m} = 0 \quad (2.59)$$

$$\frac{\Delta \mathcal{L}_A}{I_{xx}} = \mathcal{L}_\beta \beta + \mathcal{L}_p p + \mathcal{L}_r r + \mathcal{L}_{\delta_a} \delta_a + \mathcal{L}_{\delta_r} \delta_r \quad (2.60)$$

$$\frac{\Delta \mathcal{L}_T}{I_{xx}} = 0 \quad (2.61)$$

$$\frac{\Delta \mathcal{M}_A}{I_{yy}} = \mathcal{M}_u u + \mathcal{M}_\alpha \alpha + \mathcal{M}_{\dot{\alpha}} \dot{\alpha} + \mathcal{M}_q q + \mathcal{M}_{\delta_e} \delta_e + \mathcal{M}_{\delta_c} \delta_c \quad (2.62)$$

$$\frac{\Delta \mathcal{M}_T}{I_{yy}} = \mathcal{M}_{T_u} u + \mathcal{M}_{T_\alpha} \alpha \quad (2.63)$$

$$\frac{\Delta \mathcal{N}_A}{I_{zz}} = \mathcal{N}_\beta \beta + \mathcal{N}_p p + \mathcal{N}_r r + \mathcal{N}_{\delta_a} \delta_a + \mathcal{N}_{\delta_r} \delta_r \quad (2.64)$$

$$\frac{\Delta \mathcal{N}_T}{I_{zz}} = \mathcal{N}_{T_\beta} \beta \quad (2.65)$$

donde se ha pasado de fuerzas y momentos a aceleraciones lineales y angulares dividiendo por masa e inercias, respectivamente.

2.4.2. Ecuaciones desacopladas

Como consecuencia del modelo aerodinámico y propulsivo empleado, existe un desacople en las ecuaciones linealizadas del movimiento entre la dinámica longitudinal (u, w, q, θ) y la dinámica lateral-direccional (v, p, r, ϕ, ψ). Introduciendo el modelo linealizado de fuerzas y momentos aerodinámicos y propulsivos (ecuaciones 2.54 - 2.65) en las ecuaciones dinámicas y cinemáticas angulares linealizadas (y particularizadas en la condición de referencia, ecuaciones 2.34 - 2.42), resultan las siguientes ecuaciones:

- Ecuaciones longitudinales:

$$(X_u + X_{T_u})u + X_\alpha \alpha + X_q q + X_{\delta_e} \delta_e + X_{\delta_c} \delta_c = \dot{u} + g\theta \cos \theta_1 \quad (2.66)$$

$$Z_u u + Z_\alpha \alpha + Z_{\dot{\alpha}} \dot{\alpha} + Z_q q + Z_{\delta_e} \delta_e + Z_{\delta_c} \delta_c = \dot{\alpha} - qu_1 + g\theta \sin \theta_1 \quad (2.67)$$

$$(\mathcal{M}_u + \mathcal{M}_{T_u})u + (\mathcal{M}_\alpha + \mathcal{M}_{T_\alpha})\alpha + \mathcal{M}_{\dot{\alpha}} \dot{\alpha} + \mathcal{M}_q q + \mathcal{M}_{\delta_e} \delta_e + \mathcal{M}_{\delta_c} \delta_c = \dot{q} \quad (2.68)$$

$$\dot{\theta} = q \quad (2.69)$$

- Ecuaciones laterales-direccionales:

$$Y_\beta \beta + Y_p p + Y_r r + Y_{\delta_a} \delta_a + Y_{\delta_r} \delta_r = \dot{\beta} u_1 + r u_1 - g\phi \cos \theta_1 \quad (2.70)$$

$$\mathcal{L}_\beta \beta + \mathcal{L}_p p + \mathcal{L}_r r + \mathcal{L}_{\delta_a} \delta_a + \mathcal{L}_{\delta_r} \delta_r = \dot{p} - \frac{I_{xz}}{I_{xx}} \dot{r} \quad (2.71)$$

$$(\mathcal{N}_\beta + \mathcal{N}_{T_\beta})\beta + \mathcal{N}_p p + \mathcal{N}_r r + \mathcal{N}_{\delta_a} \delta_a + \mathcal{N}_{\delta_r} \delta_r = \dot{r} - \frac{I_{xz}}{I_{zz}} \dot{p} \quad (2.72)$$

$$\dot{\phi} = p + r \tan \theta_1 \quad (2.73)$$

$$\dot{\psi} = r \sec \theta_1 \quad (2.74)$$

Nótese que la última ecuación (2.74) está desacoplada del resto. Además, se han utilizado las expresiones del ángulo de ataque y resbalamiento linealizadas para sustituir $w = \alpha u_1$ y $v = \beta u_1$.

Reescribiendo las ecuaciones anteriores en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & u_1 - Z_{\dot{\alpha}} & 0 & 0 \\ 0 & -\mathcal{M}_{\dot{\alpha}} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_u + X_{T_u} & X_\alpha & X_q & -g \cos \theta_1 \\ Z_u & Z_\alpha & Z_q + u_1 & -g \sin \theta_1 \\ \mathcal{M}_u + \mathcal{M}_{T_u} & \mathcal{M}_\alpha + \mathcal{M}_{T_\alpha} & \mathcal{M}_q & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \alpha \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{\delta_e} & X_{\delta_c} \\ Z_{\delta_e} & Z_{\delta_c} \\ \mathcal{M}_{\delta_e} & \mathcal{M}_{\delta_c} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_e \\ \delta_c \end{bmatrix} \quad (2.75)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{I_{xz}}{I_{xx}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{I_{xz}}{I_{zz}} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Y_\beta}{u_1} & Y_p & Y_r - u_1 & g \cos \theta_1 & 0 \\ \frac{\mathcal{L}_\beta}{u_1} & \mathcal{L}_p & \mathcal{L}_r & 0 & 0 \\ \frac{\mathcal{N}_\beta + \mathcal{N}_{T_\beta}}{u_1} & \mathcal{N}_p & \mathcal{N}_r & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \tan \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sec \theta_1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ p \\ r \\ \phi \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{\delta_a} & Y_{\delta_r} \\ \mathcal{L}_{\delta_a} & \mathcal{L}_{\delta_r} \\ \mathcal{N}_{\delta_a} & \mathcal{N}_{\delta_r} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix} \quad (2.76)$$

Las derivadas de estabilidad anteriormente definidas suelen ser calculadas a partir de los valores de las derivadas de estabilidad adimensionales. A continuación se muestra como ejemplo el cálculo de

la derivada X_u (variación de la aceleración en el eje x con la velocidad longitudinal, evaluada en la condición de referencia):

$$\begin{aligned} X_u &= \left. \frac{\partial \left(\frac{F_{Ax}}{m} \right)}{\partial u} \right|_1 = \frac{1}{m} \left(\frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{1}{2} \rho V^2 S C_X \right) \right)_1 = \frac{1}{m} \frac{1}{2} \rho S \left(2(V) C_X + V^2 \frac{\partial C_X}{\partial u} \right)_1 = \\ &= \frac{1}{m} \frac{1}{2} \rho S \left(2u_1 C_{X_1} + u_1^2 \frac{\partial C_X}{\partial u} \right)_1 = \frac{\bar{q}_1 S}{m u_1} \left(2C_{X_1} + \frac{\partial C_X}{\partial \hat{u}} \right)_1 = \frac{-\bar{q}_1 S (C_{D_u} + 2C_{D_1})}{m u_1} \end{aligned} \quad (2.77)$$

El cálculo del resto de derivadas sería similar al anterior. Recordar que las derivadas dimensionales están tomadas respecto de las aceleraciones (fuerzas/momentos por unidad de masa/inercia) que mientras que F_{Ax} es la fuerza aerodinámica en el eje x . Para la ecuación anterior, se ha tenido en cuenta que, para el problema longitudinal, $V^2 = (u_1 + u)^2 + w^2$. Además, en la condición de referencia, $V \equiv u_1$ y $\bar{q}_1 = \frac{1}{2} \rho u_1^2$. Asimismo, se ha tenido en cuenta la igualdad dada en la ecuación (2.52). A partir de la ecuación (2.43) se podría hallar el valor de C_{X_1} conocido el ángulo de asiento del vuelo de referencia.

Del desarrollo 2.77 se puede comprobar que las derivadas de estabilidad adimensionales (en este caso C_{D_u}) también se obtienen derivando los propios coeficientes de fuerza o momento con respecto a las variables adimensionales del problema, evaluando siempre en la condición de referencia. Como ejemplo adicional, $C_{\mathcal{M}_q} = \left. \frac{\partial C_{\mathcal{M}}}{\partial \hat{q}} \right|_1$. A continuación se indican las definiciones de las distintas variables adimensionales.

- Variables longitudinales:

$$\left| \begin{array}{c} F_{Ax} \\ F_{Tx} \\ u \\ t \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} C_X = \frac{F_{Ax}}{\frac{1}{2} \rho V^2 S} \\ C_{Tx} = \frac{F_{Tx}}{\frac{1}{2} \rho V^2 S} \\ \hat{u} = \frac{u}{u_1} \\ \hat{t} = \frac{t u_1}{c} \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} F_{Az} \\ F_{Tz} \\ w \\ m \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} C_Z = \frac{F_{Az}}{\frac{1}{2} \rho V^2 S} \\ C_{Tz} = \frac{F_{Tz}}{\frac{1}{2} \rho V^2 S} \\ \hat{w} = \frac{w}{u_1} = \alpha \\ \hat{m} = \frac{2m}{\rho S c} \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \mathcal{M}_A \\ \mathcal{M}_T \\ q \\ I_{yy} \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} C_{\mathcal{M}} = \frac{\mathcal{M}_A}{\frac{1}{2} \rho V^2 S c} \\ C_{T_m} = \frac{\mathcal{M}_T}{\frac{1}{2} \rho V^2 S c} \\ \hat{q} = \frac{q c}{2 u_1} \\ \hat{I}_{yy} = \frac{I_{yy}}{\rho S \left(\frac{c}{2} \right)^3} \end{array} \right|$$

- Variables laterales-direccionales:

$$\left| \begin{array}{c} F_{Ay} \\ F_{Ty} \\ v \\ t \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} C_Y = \frac{F_{Ay}}{\frac{1}{2} \rho V^2 S} \\ C_{Ty} = \frac{F_{Ty}}{\frac{1}{2} \rho V^2 S} \\ \hat{v} = \frac{v}{u_1} = \beta \\ \hat{t} = \frac{t u_1}{b} \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \mathcal{L}_A \\ \mathcal{L}_T \\ p \\ m \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} C_{\mathcal{L}} = \frac{\mathcal{L}_A}{\frac{1}{2} \rho V^2 S b} \\ C_{T_l} = \frac{\mathcal{L}_T}{\frac{1}{2} \rho V^2 S b} \\ \hat{p} = \frac{p b}{2 u_1} \\ \hat{m} = \frac{2m}{\rho S b} \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \mathcal{N}_A \\ \mathcal{N}_T \\ r \\ I \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} C_{\mathcal{N}} = \frac{\mathcal{N}_A}{\frac{1}{2} \rho V^2 S b} \\ C_{T_n} = \frac{\mathcal{N}_A}{\frac{1}{2} \rho V^2 S b} \\ \hat{r} = \frac{r b}{2 u_1} \\ \hat{I} = \frac{I}{\rho S \left(\frac{b}{2} \right)^3} \end{array} \right|$$

Mostrado un ejemplo de como llevar a cabo el cálculo de las derivadas de estabilidad, a continuación se detallan las dependencias existentes entre las derivadas de estabilidad dimensionales y adimensionales.

Derivadas longitudinales:

$$\begin{aligned} X_u &= \frac{-\bar{q}_1 S(C_{D_u} + 2C_{D_1})}{mu_1} & Z_{\delta_e} &= \frac{-\bar{q}_1 S C_{L_{\delta_e}}}{m} \\ X_{T_u} &= \frac{\bar{q}_1 S(C_{T_{x_u}} + 2C_{T_{x_1}})}{mu_1} & \mathcal{M}_u &= \frac{\bar{q}_1 S \bar{c}(C_{\mathcal{M}_u} + 2C_{\mathcal{M}_1})}{I_{yy} u_1} \\ X_\alpha &= \frac{-\bar{q}_1 S(C_{D_\alpha} - C_{L_1})}{m} & \mathcal{M}_{T_u} &= \frac{\bar{q}_1 S \bar{c}(C_{T_{m_u}} + 2C_{T_{m_1}})}{I_{yy} u_1} \\ X_{\delta_e} &= \frac{-\bar{q}_1 S C_{D_{\delta_e}}}{m} & \mathcal{M}_\alpha &= \frac{\bar{q}_1 S \bar{c} C_{\mathcal{M}_\alpha}}{I_{yy}} \\ Z_u &= \frac{-\bar{q}_1 S(C_{L_u} + 2C_{L_1})}{mu_1} & \mathcal{M}_{T_\alpha} &= \frac{\bar{q}_1 S \bar{c} C_{T_{m_\alpha}}}{I_{yy}} \\ Z_\alpha &= \frac{-\bar{q}_1 S(C_{L_\alpha} + C_{D_1})}{m} & \mathcal{M}_{\dot{\alpha}} &= \frac{\bar{q}_1 S \bar{c}^2 C_{\mathcal{M}_{\dot{\alpha}}}}{2I_{yy} u_1} \\ Z_{\dot{\alpha}} &= \frac{-\bar{q}_1 S \bar{c} C_{L_{\dot{\alpha}}}}{2mu_1} & \mathcal{M}_q &= \frac{\bar{q}_1 S \bar{c}^2 C_{\mathcal{M}_q}}{2I_{yy} u_1} \\ Z_q &= \frac{-\bar{q}_1 S \bar{c} C_{L_q}}{2mu_1} & \mathcal{M}_{\delta_e} &= \frac{\bar{q}_1 S \bar{c} C_{\mathcal{M}_{\delta_e}}}{I_{yy}} \end{aligned}$$

Derivadas laterales-direccionales:

$$\begin{aligned} Y_\beta &= \frac{\bar{q}_1 S C_{Y_\beta}}{m} & \mathcal{L}_{\delta_a} &= \frac{\bar{q}_1 S b C_{\mathcal{L}_{\delta_a}}}{I_{xx}} \\ Y_p &= \frac{\bar{q}_1 S b C_{Y_p}}{2mu_1} & \mathcal{N}_\beta &= \frac{\bar{q}_1 S b C_{\mathcal{N}_\beta}}{I_{zz}} \\ Y_r &= \frac{\bar{q}_1 S b C_{Y_r}}{2mu_1} & \mathcal{N}_{T_\beta} &= \frac{\bar{q}_1 S b C_{T_{n_\beta}}}{I_{zz}} \\ Y_{\delta_a} &= \frac{\bar{q}_1 S C_{Y_{\delta_a}}}{m} & \mathcal{N}_p &= \frac{\bar{q}_1 S b^2 C_{\mathcal{N}_p}}{2I_{zz} u_1} \\ \mathcal{L}_\beta &= \frac{\bar{q}_1 S b C_{\mathcal{L}_\beta}}{I_{xx}} & \mathcal{N}_r &= \frac{\bar{q}_1 S b^2 C_{\mathcal{N}_r}}{2I_{zz} u_1} \\ \mathcal{L}_p &= \frac{\bar{q}_1 S b^2 C_{\mathcal{L}_p}}{2I_{xx} u_1} & \mathcal{N}_{\delta_a} &= \frac{\bar{q}_1 S b C_{\mathcal{N}_{\delta_a}}}{I_{zz}} \\ \mathcal{L}_r &= \frac{\bar{q}_1 S b^2 C_{\mathcal{L}_r}}{2I_{xx} u_1} \end{aligned}$$

Los valores exactos de las derivadas de estabilidad adimensionales solo pueden ser conocidos una vez se dispone de un modelo físico de la aeronave y, además, cambian con las condiciones de referencia. No obstante es necesario conocer el valor de estos coeficientes en las fases del desarrollo de una aeronave en las que no se cuentan con modelos físicos de la misma ya que determinarán la factibilidad del diseño.

Esta necesidad ha llevado a desarrollar métodos, sobre todo basados en tendencias históricas, que permitan obtener estimaciones de estos coeficientes suficientemente precisas. Una buena parte del esfuerzo dedicado a este trabajo se ha centrado en encontrar en la literatura existente los métodos más adecuados para los propósitos planteados en el capítulo 1. Un desglose detallado de los métodos empleados en cada una de las derivadas de estabilidad y control se presenta en el capítulo 3.

2.5. Estabilidad dinámica

Una vez presentado el desarrollo de las ecuaciones del modelo de pequeñas perturbaciones se empleará este para llevar a cabo un estudio de la estabilidad dinámica del movimiento de perturbación del avión, a partir de la condición de referencia fijada anteriormente.

En Mecánica del Vuelo, se dice que un avión es dinámicamente estable si ante cualquier perturbación respecto a la condición de vuelo de referencia, la amplitud de las variables de perturbación tiende a cero cuando el tiempo tiende a infinito.

Nótese la diferencia con el concepto de estabilidad estática de aviones, el cual está relacionado con la generación de fuerzas y momentos recuperadores ante una perturbación de la condición de equilibrio (sin analizar si efectivamente se acaba recuperando dicha condición de vuelo de referencia).

Para realizar el análisis de estabilidad dinámica, se parte de las ecuaciones linealizadas longitudinales y laterales-direccionales obtenidas en la sección anterior. De manera genérica, cada uno de estos sistemas de ecuaciones diferenciales lineales puede escribirse de la siguiente forma:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (2.78)$$

siendo \mathbf{x} y \mathbf{u} los vectores de estados y de señales de control, respectivamente. Se va a analizar el movimiento libre del avión (con los controles fijos en la posición correspondiente al vuelo de referencia, esto es, $\mathbf{u} = \mathbf{0}$). Recuérdese que al estar trabajando con las variables del modelo perturbado, $\mathbf{u} = \mathbf{0}$ implica que los valores de δ_e y δ_a pertenecen iguales a los de la condición de referencia, no teniendo por qué ser nulos. En efecto, para poder trimar el avión longitudinalmente, será necesaria una cierta deflexión del elevador.

Además, para una condición de vuelo de referencia, la matriz de transición de estados (A) es constante, por lo que (2.78) se convierte en un sistema autónomo, lineal e invariante en el tiempo. De este modo, la solución de (2.78) será de la forma:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_0 e^{\lambda t} \quad (2.79)$$

y sustituyendo en (2.78) queda:

$$\lambda \mathbf{x}_0 e^{\lambda t} = \mathbf{A} \mathbf{x}_0 e^{\lambda t} \rightarrow (\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}) \mathbf{x}_0 = \mathbf{0} \quad (2.80)$$

Para que la ecuación anterior tenga solución distinta de la trivial, tiene que cumplirse:

$$|\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}| = 0 \quad (2.81)$$

Esto es, aparece un problema de cálculo de autovalores de la matriz \mathbf{A} . Teniendo en cuenta que la ecuación característica que se obtiene de (2.81) tendrá distintas raíces, se puede escribir de forma genérica la solución del sistema de la siguiente manera:

$$\mathbf{x}(t) = \sum_i \mathbf{x}_{0_i} e^{\lambda_i t} \quad (2.82)$$

donde \mathbf{x}_{0_i} denota el autovector asociado al autovalor λ_i . Cada sumando $\mathbf{x}_{0_i} e^{\lambda_i t}$ constituye un modo del sistema. La contribución de cada modo a la respuesta final del avión dependerá de las condiciones iniciales del problema, o, lo que es lo mismo, de la perturbación que aparezca.

Además, por ser \mathbf{A} real, los autovalores serán reales o complejos conjugados, de manera que el autovector asociado a un autovalor real será también real, y si se tienen dos autovalores complejos conjugados, los autovectores asociados serán también complejos conjugados.

El carácter de cada modo vendrá fijado por su autovalor asociado, teniéndose las siguientes posibilidades:

- Autovalor real:
 - negativo: convergencia pura,
 - positivo: divergencia pura.
- Autovalor complejo:
 - parte real negativa: oscilación convergente,
 - parte real positiva: oscilación divergente.

Para que el avión sea inestable, basta con que uno de sus modos lo sea. En el caso de tener dos autovalores complejos conjugados, los modos asociados aparecerán en la solución final de la forma:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{a}_1 e^{\lambda_1 t} + \mathbf{a}_2 e^{\lambda_2 t} + \dots \quad (2.83)$$

y teniendo en cuenta que $\lambda_1 = \sigma + i\omega$ y $\lambda_2 = \sigma - i\omega$, junto con $\mathbf{a}_1 = \bar{\mathbf{a}}_2$ (donde $\bar{\mathbf{x}}$ denota el conjugado de \mathbf{x}), puede escribirse:

$$\mathbf{a}_1 e^{\lambda_1 t} + \mathbf{a}_2 e^{\lambda_2 t} = e^{\sigma t} (\mathbf{A}_1 \cos \omega t + \mathbf{A}_2 \sin \omega t) \quad (2.84)$$

siendo $\mathbf{A}_1 = \mathbf{a}_1 + \mathbf{a}_2$ y $\mathbf{A}_2 = i(\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2)$. Nótese que las partes real e imaginaria de un autovalor complejo permiten conocer la atenuación de la oscilación (parte real) y la frecuencia de la misma (parte imaginaria). Al mismo tiempo, a partir de dicho valor, resulta trivial obtener el amortiguamiento y la frecuencia natural del modo:

$$\omega_n = \sqrt{\sigma^2 + \omega^2} \quad (2.85)$$

$$\xi = \frac{-\sigma}{\omega_n} \quad (2.86)$$

Para los modos reales, se suele dar como medida característica el tiempo que transcurre hasta reducir a la mitad (o doblar, para un modo inestable) la amplitud de este:

$$T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln(1/2)}{\lambda_j} \quad (2.87)$$

$$T_2 = \frac{\ln(2)}{\lambda_j} \quad (2.88)$$

2.5.1. Estabilidad dinámica longitudinal

Se parte de las ecuaciones longitudinales linealizadas, en ejes estabilidad, particularizadas en la condición de referencia, tal como se describió en la sección (2.4.2). Se trabajará con dichas ecuaciones dadas en su forma matricial. Si, como se ha comentado, se deja fijo el mando de profundidad en el valor correspondiente a la condición de vuelo de referencia, el sistema de ecuaciones longitudinal queda:

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_u + X_{T_u} & X_\alpha & X_q & -g \cos \theta_1 \\ \frac{Z_u}{u_1 - Z_{\dot{\alpha}}} & \frac{Z_\alpha}{u_1 - Z_{\dot{\alpha}}} & \frac{Z_q + u_1}{u_1 - Z_{\dot{\alpha}}} & \frac{-g \sin \theta_1}{u_1 - Z_{\dot{\alpha}}} \\ \mathcal{M}_u + \mathcal{M}_{T_u} + \frac{Z_u \mathcal{M}_{\dot{\alpha}}}{u_1 - Z_{\dot{\alpha}}} & \mathcal{M}_\alpha + \mathcal{M}_{T_\alpha} + \frac{Z_\alpha \mathcal{M}_{\dot{\alpha}}}{u_1 - Z_{\dot{\alpha}}} & \mathcal{M}_q + \frac{(Z_q + u_1) \mathcal{M}_{\dot{\alpha}}}{u_1 - Z_{\dot{\alpha}}} & \frac{-g \sin \theta_1 \mathcal{M}_\alpha}{u_1 - Z_{\dot{\alpha}}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \alpha \\ q \\ \theta \end{bmatrix} \quad (2.89)$$

Las soluciones de este sistema serán del tipo:

$$\begin{aligned} u(t) &= u_0 e^{\lambda t} & \alpha(t) &= \alpha_0 e^{\lambda t} \\ q(t) &= q_0 e^{\lambda t} & \theta(t) &= \theta_0 e^{\lambda t} \end{aligned}$$

Siguiendo la nomenclatura previa, se tiene $\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_0 e^{\lambda t}$, siendo

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} u(t) \\ \alpha(t) \\ q(t) \\ \theta(t) \end{bmatrix}$$

Como se ha explicado, la solución del sistema se obtiene hallando los autovalores y autovectores de la matriz \mathbf{A} . Resolviendo la ecuación característica, se obtendrá un polinomio de cuarto grado conocido como cuártica de estabilidad:

$$A\lambda^4 + B\lambda^3 + C\lambda^2 + D\lambda + E = 0 \quad (2.90)$$

cuyas raíces serán los autovalores del sistema. Nótese que al haber escrito las ecuaciones en su forma dimensional, los autovalores resultantes tendrán dimensiones de $[\text{Tiempo}^{-1}]$. De forma general, en aviones convencionales, de la ecuación (2.90) resultarán dos pares de autovalores complejos conjugados, los cuales se corresponden con los dos modos existentes en la dinámica longitudinal de aviones: un modo rápido y con amortiguamiento grande (**corto período**) y otro mucho más lento y menos amortiguado (**fugoide**).

El cálculo de las raíces de la ecuación anterior permitirá conocer el carácter de los modos longitudinales (distinguiendo si son estables o inestables, y oscilatorios o no oscilatorios), además de proporcionar otros parámetros globales de cada modo, como es la frecuencia natural, amortiguamiento, tiempo mitad/doble, etc. Para obtener una información más detallada, identificando cómo es el comportamiento de las distintas variables de estado asociado a cada modo, es necesario calcular también los autovectores del sistema.

El modo fugoide es una oscilación de baja frecuencia en la que se producen cambios principalmente en la velocidad y el ángulo de asiento, mientras que tanto el ángulo de ataque como la velocidad angular de cabeceo permanecen prácticamente constantes. Para entender cómo se mueve el avión durante el fugoide, se puede pensar en la respuesta del mismo ante una perturbación en la velocidad de vuelo, con la siguiente secuencia de acontecimientos:

1. Si aumenta la velocidad de vuelo (a ángulo de ataque y empuje constantes), el avión empezará a subir, por lo que el ángulo de asiento de la velocidad $\gamma = \theta - \alpha \approx \theta$ empezará a crecer (nótese que α es prácticamente nulo durante el fugoide).
2. Durante el ascenso el avión irá disminuyendo su velocidad, hasta que llegue un momento en el que se habrá frenado tanto que no será capaz de mantener el régimen de subida.
3. A partir de este momento, el avión empezará a descender, decreciendo el ángulo de trayectoria y aumentando la velocidad de vuelo. Cuando el avión llegue a la altitud del vuelo de referencia, la velocidad habrá aumentado hasta igualarse con la de referencia (esto es, $u = 0$), pero el ángulo de trayectoria habrá alcanzado su valor mínimo, por lo que el avión seguirá descendiendo.
4. Durante el descenso, la velocidad se incrementará (por encima de la de referencia), por lo que la sustentación aumentará, haciendo lo mismo el ángulo de trayectoria. Esta situación se mantendrá

hasta que se llegue al máximo de velocidad, coincidiendo con un ángulo de trayectoria nulo (se habrá llegado a la altitud mínima de la oscilación).

5. Esta oscilación se mantendrá hasta que la resistencia aerodinámica consiga amortiguarla. Se puede entender así el bajo amortiguamiento presente en el fugoide, gracias a la elevada eficiencia aerodinámica con la que se diseñan los aviones.

En cuanto al modo de corto período, el movimiento del avión asociado involucra principalmente al ángulo de ataque y a la velocidad angular de cabeceo, mientras que la velocidad de vuelo permanece prácticamente constante. Además, el módulo del ángulo de ataque y del ángulo de asiento son prácticamente iguales, al mismo tiempo que el desfase entre estas variables es reducido. Esto implica que las variaciones en el ángulo de asiento de la velocidad (o ángulo de trayectoria, $\gamma = \theta - \alpha$) serán pequeñas, por lo que se puede decir que durante el modo de corto período el avión se mantiene volando a nivel y a velocidad constantes.

Así, se puede entender el corto período como un modo rápido, en el que tras una perturbación en α , el avión tiende a recuperar rápidamente el ángulo de ataque de equilibrio, atenuando la oscilación en tiempos tan pequeños que ni la velocidad de vuelo ni el ángulo de trayectoria sufren variaciones importantes (debido a la elevada inercia). La rigidez que hace que el avión recupere el ángulo de ataque de equilibrio está íntimamente relacionada con el índice de estabilidad estática longitudinal ($C_{M\alpha}$), mientras que en el amortiguamiento intervienen tanto C_{Mq} como $C_{M\dot{\alpha}}$. Estas derivadas de estabilidad tienen un efecto sobre el avión mucho mayor que las responsables de atenuar el modo fugoide (principalmente la resistencia aerodinámica), lo cual explica la clara diferencia en el amortiguamiento de ambos modos.

2.5.2. Estabilidad dinámica lateral-direccional

Para el problema lateral-direccional, las ecuaciones linealizadas (en ejes estabilidad) en torno a la condición de vuelo de referencia, en forma matricial y con el mando de alerón fijo en la condición de referencia (deflexión nula) son:

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Y_\beta}{u_1} & Y_p & Y_r - u_1 & g \cos \theta_1 & 0 \\ \frac{\mathcal{L}_\beta + A_1(\dot{N}_\beta + N_{T_\beta})}{(1-A_1B_1)u_1} & \frac{\mathcal{L}_p + A_1N_p}{1-A_1B_1} & \frac{\mathcal{L}_r + A_1N_r}{1-A_1B_1} & 0 & 0 \\ \frac{B_1\mathcal{L}_\beta + \dot{N}_\beta + N_{T_\beta}}{(1-A_1B_1)u_1} & \frac{B_1\mathcal{L}_p + N_p}{1-A_1B_1} & \frac{B_1\mathcal{L}_r + N_r}{1-A_1B_1} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \tan \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sec \theta_1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ p \\ r \\ \phi \\ \psi \end{bmatrix} \quad (2.91)$$

Como se describió anteriormente, las solución de este sistema será una superposición de los distintos modos (ecuación 2.82), del tipo:

$$\begin{aligned} v(t) &= v_0 e^{\lambda t} & p(t) &= p_0 e^{\lambda t} \\ r(t) &= r_0 e^{\lambda t} & \phi(t) &= \phi_0 e^{\lambda t} \\ \psi(t) &= \psi_0 e^{\lambda t} \end{aligned}$$

siendo en este caso

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} v(t) \\ p(t) \\ r(t) \\ \phi(t) \\ \psi(t) \end{bmatrix}$$

Para hallar los autovalores y autovectores del problema lateral-direccional, habrá que resolver de nuevo la ecuación característica (ecuación 2.81), que en este caso queda como un polinomio de quinto orden, cuyas raíces serán los autovalores del problema. Al estar una de las ecuaciones desacopladas del resto ($\dot{\psi} = r \sec \theta_1$), uno de los autovalores obtenidos será puramente nulo, lo cual implica que el ángulo de guiñada presenta un comportamiento del tipo neutralmente estable. Las otras cuatro raíces serán el resto de autovalores. En aviones convencionales se suele obtener:

- λ_1 : Real, de módulo muy pequeño (puede ser positivo o negativo). Se corresponde con el **modo espiral**.
- λ_2 : Real, de módulo grande. Se corresponde con el **modo de convergencia en balance**.
- $\lambda_3, \bar{\lambda}_3$: Par de autovalores complejos conjugados, con parte real negativa (de módulo pequeño). Se corresponden con el **modo de balanceo holandés**.

El modo espiral se trata de un modo muy lento que involucra fundamentalmente a los ángulos de balance y guiñada, mientras que las variaciones en velocidades angulares y en el ángulo de resbalamiento (o velocidad lateral v) son sensiblemente más pequeñas. Se puede entender así que este modo sea inherentemente lento, ya que las fuerzas y momentos aerodinámicos dependen precisamente de β , p y r , de manera que si estas variables son pequeñas, es de esperar que las fuerzas y momentos recuperadores también lo sean.

Para visualizar el movimiento del avión debido al modo espiral, se puede pensar en la respuesta del mismo ante una perturbación que provoque un pequeño ángulo de balance. Puesto que es de esperar que el avión esté trimado para volar con las alas niveladas, aparecerá una componente lateral del peso (en ejes cuerpo) sin compensar, lo que provocará una aceleración lateral que se traducirá en un cierto ángulo de resbalamiento (ver figura 2.7).

Haciendo un análisis simplificado de los momentos aerodinámicos que aparecerán ante esta situación, se puede ver que, por una parte, la estabilidad direccional ($C_{N\beta} > 0$) provocará un momento de guiñada hacia el lado del viraje (tratando de eliminar el ángulo de resbalamiento), mientras que la estabilidad lateral ($C_{L\beta} < 0$) generará un momento recuperador que ayudará a nivelar las alas (deteniendo el viraje). Se puede intuir así que un valor de $C_{L\beta}$ muy negativo contribuirá a estabilizar el modo espiral, mientras que si se aumenta demasiado el índice de estabilidad estática direccional ($C_{N\beta}$) se obtiene el efecto opuesto.

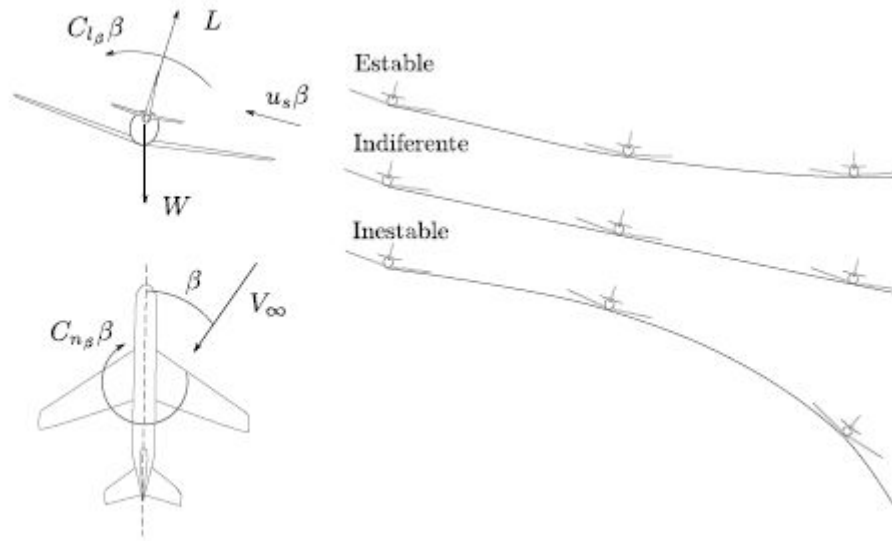


Figura 2.7: Esquema del modo espiral

Con respecto al modo de convergencia en balance, este puede aproximarse por un movimiento con un único grado de libertad (rotación en balance). Los parámetros que influyen fundamentalmente en este modo son el amortiguamiento en balance (C_{L_p}) y la inercia respecto al eje longitudinal del avión (I_{xx}).

Por último, el modo de balanceo holandés se trata de un modo oscilatorio con un fuerte acoplamiento entre todas las variables de estado de la dinámica lateral-direccional. Además, cabe destacar que, durante la oscilación, la aeronave apenas sufrirá desplazamientos laterales, manteniendo un vuelo prácticamente rectilíneo. Esto se debe a que las componentes del ángulo de resbalamiento y del ángulo de guiñada resultan casi opuestas (igual módulo y desfase de 180°).

Para visualizar el movimiento del avión, se puede pensar en la respuesta del mismo ante una perturbación en guiñada (ver figura 2.8). Gracias a la estabilidad estática direccional (controlada por C_{N_β}), la aeronave tenderá a girar para anular el ángulo de resbalamiento. Sin embargo, al mismo tiempo, la estabilidad lateral (controlada por C_{L_β}) hace que el avión comience un giro en balance, contrario al viraje requerido para anular el ángulo de resbalamiento, lo cual hace que cuando el avión recupere el rumbo original (situación *a* en la figura 2.8), tendrá un ángulo de balance distinto del de equilibrio. Al ser un modo oscilatorio, el ángulo de guiñada sobrepasará su valor de equilibrio, de manera que el ángulo de resbalamiento comenzará a ser negativo, y la estabilidad lateral hará que el ángulo de balance decrezca hasta llegar a la situación *b* (figura 2.8). A partir de este momento, el avión comenzará el movimiento inverso: recuperando el ángulo de guiñada y aumentando el de balance (esta vez en sentido contrario), manteniendo esta oscilación hasta que sea amortiguada.

Como se puede ver en la figura, resulta bastante ilustrativo observar la trayectoria que describe la punta del ala durante este movimiento, la cual se puede asemejar a una elipse.

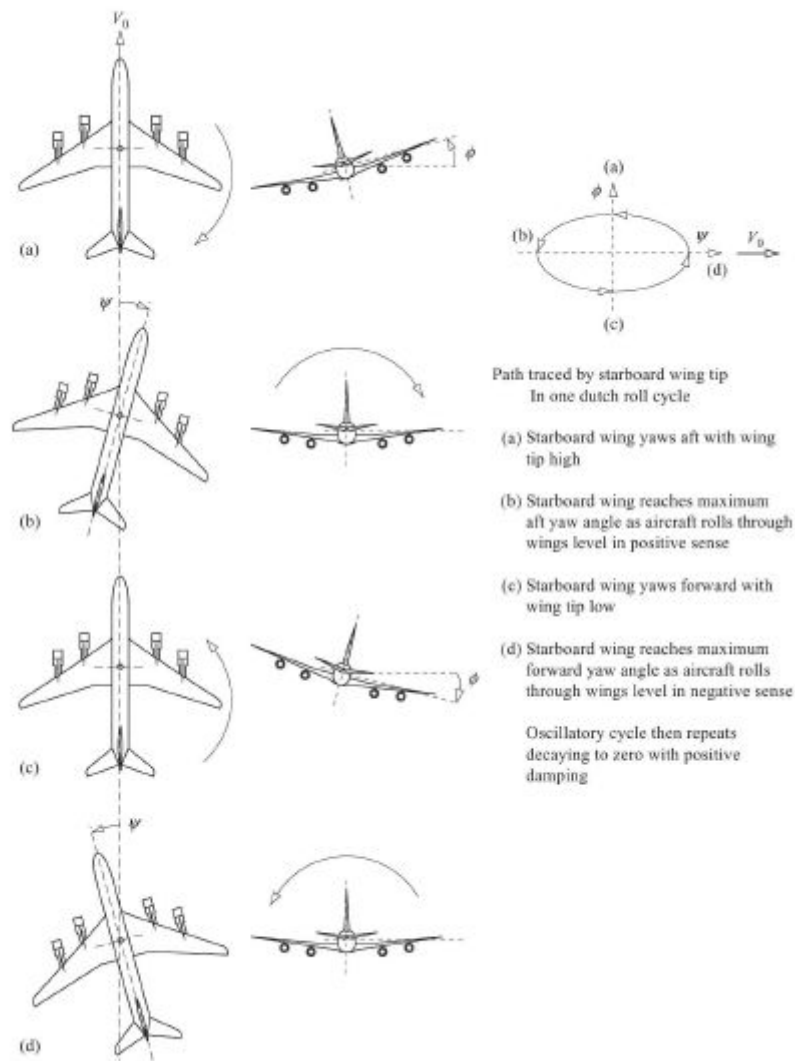


Figura 2.8: Esquema del balanceo holandés

Observando este movimiento, se puede entender que las derivadas de estabilidad $C_{N\beta}$ y $C_{L\beta}$ tengan una influencia opuesta a la que tenían en el modo espiral. Así, un aumento del índice de estabilidad estática direccional ($C_{N\beta}$) contribuye a estabilizar el balanceo holandés (aumentando el momento recuperador que anula el ángulo de guiñada). Por el contrario, haciendo más negativo $C_{L\beta}$ se consigue un efecto desestabilizador, aumentando las oscilaciones en balance que se producen cuando el avión tiende a anular el ángulo de resbalamiento.

Capítulo 3

Estimación de las derivadas de estabilidad adimensionales

En el capítulo 2 se presentaron las ecuaciones no lineales que rigen el vuelo de una aeronave. Dada la dificultad y el carácter poco práctico de abordar las ecuaciones completas se desarrolló un modelo de pequeñas perturbaciones consistente en considerar pequeñas variaciones de las variables de estado en torno a un estado de referencia. Asimismo, las fuerzas y momentos aerodinámicos y propulsivos se linealizaron según sus series de Taylor hasta el primer término. Por último, se consideró que el movimiento longitudinal y lateral-direccional de la aeronave está desacoplado.

Como resultado se tiene un par de sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias lineales donde las matrices de coeficientes dependen de una serie de valores denominados derivadas de estabilidad dimensionales. Estas últimas fueron expresadas en función de una serie de coeficientes denominados derivadas de estabilidad adimensionales.

El presente capítulo se centrará en detallar y describir los métodos empleados por la herramienta ASPro en la estimación de las distintas derivadas de estabilidad adimensionales.

3.1. Derivadas de Estabilidad Longitudinales

En esta sección se presentan las derivadas de estabilidad que afectan al comportamiento longitudinal de la aeronave. El orden seguido es el siguiente:

- Derivadas respecto al ángulo de ataque, α .
- Derivadas respecto a la velocidad horizontal, u .
- Derivadas respecto al cambio del ángulo de cabeceo, q .
- Derivadas respecto al cambio del ángulo de ataque, $\dot{\alpha}$.

3.1.1. Derivadas respecto al ángulo de ataque α

3.1.1.1. C_{L_α}

La pendiente de sustentación de la aeronave se obtiene sumando las contribuciones de todas las superficies sustentadoras y el fuselaje, tal como se indica en 3.1,

$$C_{L_\alpha} = \frac{S_w}{S_{ref}} C_{L_{\alpha_{WB}}} + \eta_h \left(1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha} \right) \frac{S_h}{S_{ref}} C_{L_{\alpha_h}} + \eta_c \left(1 + \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha} \right) \frac{S_c}{S_{ref}} C_{L_{\alpha_c}} \quad (3.1)$$

donde S_{ref} es la superficie tomada como de referencia, S_w , S_h y S_c las superficies de ala, horizontal y canard, eta_h y eta_c son las relaciones de presiones dinámicas en horizontal y canard respectivamente y $\left(1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha}\right)$ y $\left(1 + \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha}\right)$ son el *downwash* en el estabilizador horizontal y el *upwash* en el canard.

Conjunto ala-fuselaje Para la estimación de la pendiente de sustentación del conjunto ala-fuselaje se ha seguido el método expuesto en la ecuación 3.24 de [5], la cual queda reflejada en 3.2.

$$C_{L_{\alpha WB}} = [K_N + K_{WB} + K_{BW}] C_{L_{\alpha, e}} \frac{S_{exp}}{S_w} \quad (3.2)$$

El cálculo de los distintos factores K_N , K_{WB} y K_{BW} sigue las expresiones 3.25, 3.27 y 3.28, también de [5], que se indican en 3.3, 3.4 y 3.5, respectivamente,

$$K_N = \left(\frac{C_{L_{\alpha, N}}}{C_{L_{\alpha, e}}} \right) \frac{S_w}{S_{exp}} \quad (3.3)$$

$$K_{WB} = 0,1714 \left(\frac{b_{f, max}}{b_w} \right)^2 + 0,8326 \left(\frac{b_{f, max}}{b_w} \right) + 0,9974 \quad (3.4)$$

$$K_{WB} = 0,7810 \left(\frac{b_{f, max}}{b_w} \right)^2 + 1,1976 \left(\frac{b_{f, max}}{b_w} \right) + 0,0088 \quad (3.5)$$

donde $b_{f, max}$ es la altura máxima del fuselaje, b_w es la envergadura de las alas y $C_{L_{\alpha, N}}$ es la pendiente de sustentación del fuselaje aislado que viene dada por la expresión 3.26 de [5], indicada en 3.6

$$C_{L_{\alpha, N}} = \frac{2(k_2 - k_1)S_{B, max}}{S_w} \quad (3.6)$$

en la que $S_{B, max}$ es el área frontal del fuselaje y el factor $k_2 - k_1$ es extraído de la figura 3.1 y que tiene como parámetro de entrada el *fineness ratio*, que es una relación entre la longitud del fuselaje y la anchura máxima de este.

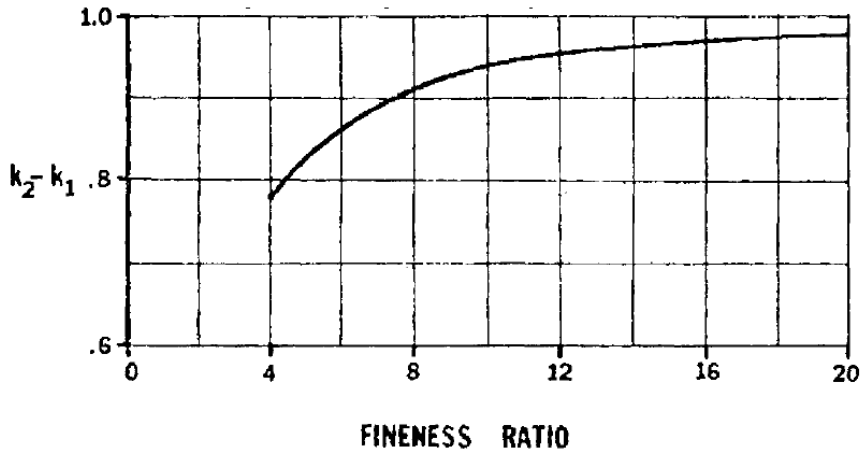


Fig. 8.7 Graph for estimating reduced mass factor.

Figura 3.1: Coeficiente de masa aparente. Fuente: [9]

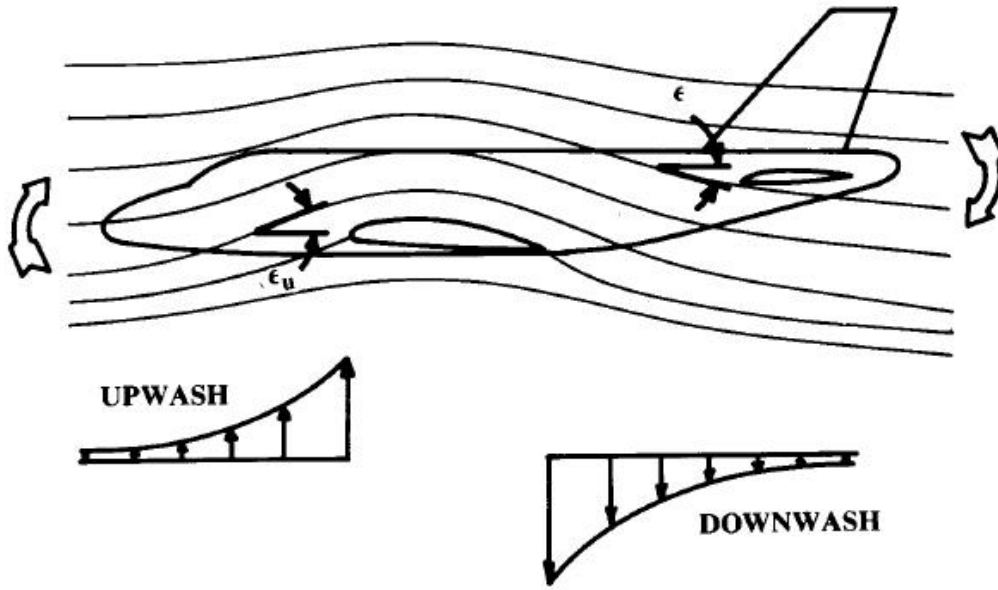


Figura 3.2: Influencia del ala en la corriente incidente sobre el canard y el estabilizador horizontal

Estimación del *downwash* El *downwash* es el cambio en la corriente que incide sobre el estabilizador horizontal generado por la presencia del ala. Tal como se observa en la figura 3.2, la corriente es deflectada por le ala de forma que disminuye el ángulo de ataque efectivo del estabilizador horizontal.

Una estimación del *downwash*, adecuada para el propósito perseguido, se encuentra basada en una relación empírica y es la que se encuentra en la mayor parte de la literatura disponible, en concreto, el lector puede encontrarla en la expresión 3.43 de [5] que es la indicada en 3.7,

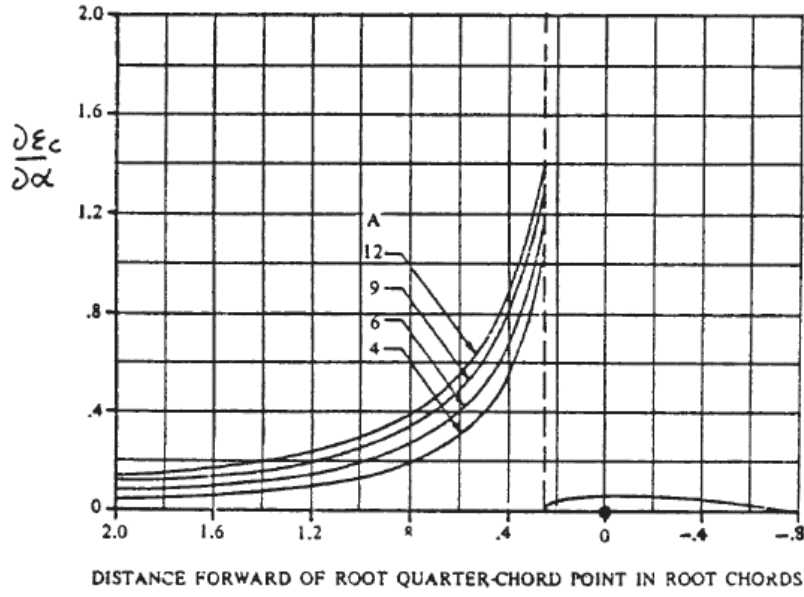
$$\frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha} = 4,44 \left[K_A K_\lambda K_H \left(\cos \Lambda_{c/4} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{1,19} \quad (3.7)$$

donde $\Lambda_{c/4}$ es la flecha del ala a un cuarto de la cuerda y el resto de factores se detallan en 3.8, siendo A la relación de aspecto o alargamiento del ala, λ el estrechamiento del ala, h_H la distancia vertical entre el ala y el estabilizador horizontal y l_H la distancia horizontal entre ambos.

$$\begin{aligned} K_A &= \frac{1}{A} - \frac{1}{1 + A^{1,7}} \\ K_\lambda &= \frac{10 - 3\lambda}{7} \\ K_H &= \frac{1 - \frac{h_H}{b}}{\sqrt[3]{\frac{2l_H}{b_w}}} \end{aligned} \quad (3.8)$$

Estimación del *upwash* Si el *downwash* es la influencia del ala sobre la corriente aguas abajo de la misma, el *upwash* es el efecto de esta sobre la corriente aguas arriba o, lo que es lo mismo, sobre la corriente que incide en el canard.

Al igual que el *downwash*, las estimaciones del *upwash* están basadas en datos empíricos. En este caso se ha empleado la gráfica mostrada en 3.3, que tiene como datos de entrada la distancia del canard al ala y la relación de aspecto de la segunda.


 Figura 3.3: *Upwash* del ala sobre el canard. Fuente: [9]

3.1.1.2. C_{D_α}

La estimación de la variación de la resistencia con el ángulo de ataque ha sido realizada supuesta conocida la polar completa de la aeronave completa (expresión 3.9). El desarrollo seguido es el indicado en 3.10.

$$C_D = C_{D_0} + k_1 C_L + k_2 C_L^2 \quad (3.9)$$

C_L es el coeficiente de sustentación de la aeronave completa que tiene que ser tal que la sustentación generada por las superficies sustentadoras sea igual al peso.

$$C_{D_\alpha} = \frac{\partial C_D}{\partial \alpha} = \frac{\partial}{\partial \alpha} (C_{D_0} + k_1 C_L + k_2 C_L^2) = (k_1 + 2k_2 C_L) C_{L_\alpha} \quad (3.10)$$

3.1.1.3. C_{M_α}

El valor de C_{M_α} es obtenido según la expresión 3.11.

$$C_{M_\alpha} = -C_{L_\alpha} * SM + C_{M_{T_\alpha}} + C_{M_{\alpha, fus}} \quad (3.11)$$

C_{L_α} viene dado por 3.1 y se asumirá nulo el valor de $C_{M_{T_\alpha}}$. De esta forma únicamente queda por detallar el cálculo del margen estático, SM , y del coeficiente de momentos del fuselaje $C_{M_{\alpha, fus}}$. El margen estático, ecuación 3.12, es la distancia adimensional entre el centro de gravedad y el centro aerodinámico de la aeronave. El primero varía con cada misión de la aeronave y durante la propia operación de la misma pero el segundo, una vez congelado el diseño, es una propiedad de la misma y no cambia.

$$SM = \frac{X_{AC} - X_{CG}}{\bar{c}} \quad (3.12)$$

El objetivo es entonces determinar la posición del centro aerodinámico de la aeronave, X_{AC} , la cual viene dada por 3.13

$$X_{AC} = \frac{\frac{S_w}{S_{ref}} C_{L_{\alpha WB}} X_{ACWB} + \eta_h \left(1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha}\right) \frac{S_h}{S_{ref}} C_{L_{\alpha h}} X_{AC_h} + \eta_c \left(1 + \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha}\right) \frac{S_c}{S_{ref}} C_{L_{\alpha c}} X_{AC_c}}{C_{L_\alpha}} \quad (3.13)$$

donde X_{AC} son los centros aerodinámicos de los distintos elementos y todos los términos son conocidos a excepción de $X_{AC_{WB}}$, cuya obtención seguirá el método seguido en [5] (ecuación 3.32 y siguientes), que queda detallado a continuación.

Estimación de $X_{AC_{WB}}$ La ecuación 3.14 determina el centro aerodinámico del conjunto ala-fuselaje,

$$X_{AC_{WB}} = X_{le,w} + c_{re} \cdot \frac{\left(\frac{x_{ac}}{c_{re}}\right)_N C_{L\alpha,N} + \left(\frac{x_{ac}}{c_{re}}\right)_{W(B)} C_{L\alpha,W(B)} + \left(\frac{x_{ac}}{c_{re}}\right)_{B(W)} C_{L\alpha,B(W)}}{C_{L\alpha_{WB}}} \quad (3.14)$$

donde $X_{le,w}$ es la posición del borde de ataque de la raíz expuesta del ala y las pendientes de sustentación $C_{L\alpha,N}$ viene dado por 3.6, $C_{L\alpha,W(B)}$ por 3.15 y $C_{L\alpha,B_W}$ por 3.16. Las posiciones de los centros aerodinámicos $\left(\frac{x_{ac}}{c_{re}}\right)_N$ y $\left(\frac{x_{ac}}{c_{re}}\right)_{W(B)}$ vendrán dados, respectivamente, por 3.17 y 3.18.

$$C_{L\alpha,W(B)} = C_{L\alpha,e} K_{W(B)} \left(\frac{S_{w,exp}}{S_{ref}} \right) \quad (3.15)$$

$$C_{L\alpha,B(W)} = C_{L\alpha,e} K_{B(W)} \left(\frac{S_{w,exp}}{S_{ref}} \right) \quad (3.16)$$

$$\left(\frac{x_{ac}}{c_{re}}\right)_N = - \left(\frac{1}{c_{re} S_{B,max}} \right) \int_0^{x_0} \frac{dSb(x)}{dx} (l_N - x) dx \quad (3.17)$$

Donde $\frac{dSb(x)}{dx}$ es la derivada de la distribución de superficies frontales a lo largo del fuselaje y l_N es la distancia desde la punta del morro hasta el borde de ataque de la raíz expuesta del ala. x_0 es

$$\left(\frac{x_{ac}}{c_{re}}\right)_{W(B)} = \left(\frac{x_{ac}}{c_{re}}\right)_w \quad (3.18)$$

Por último, la estimación de $\left(\frac{x_{ac}}{c_{re}}\right)_{B(W)}$ dependerá del valor de βA_e , siendo $\beta = \sqrt{1 - M_\infty^2}$ y A_e es el alargamiento del ala expuesta.

- Si $\beta A_e \geq 4$, entonces $\left(\frac{x_{ac}}{c_{re}}\right)_{B(W)}$ vendrá dado por 3.19

$$\left(\frac{x_{ac}}{c_{re}}\right)_{B(W)} = \frac{1}{4} + \left(\frac{b_w - b_{f,max}}{2c_{re}} \right) \chi \tan \Lambda_{c/4} \quad (3.19)$$

donde χ es obtenido de la figura 3.4 a partir del valor de $\frac{b_{f,max}}{b_w}$.

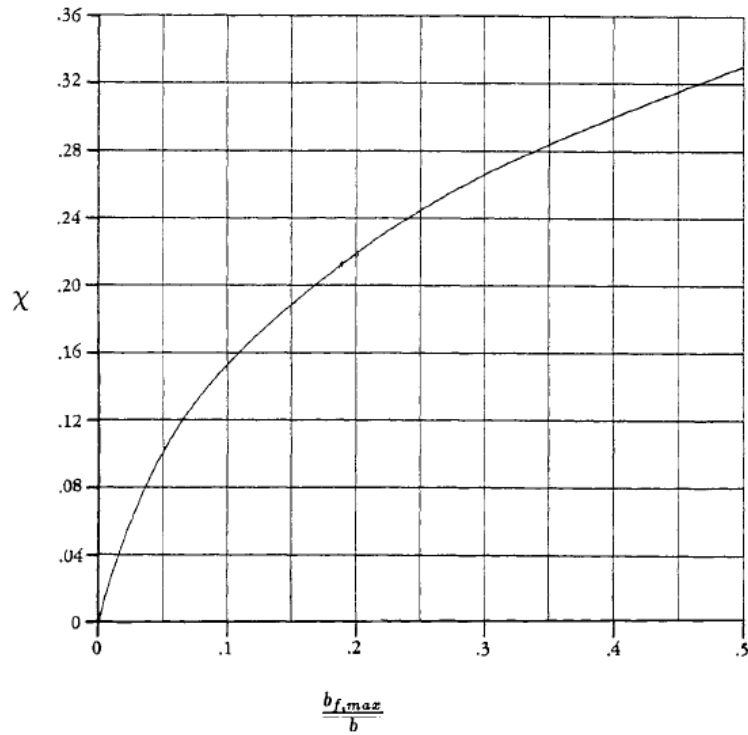


Fig. 3.20 Subsonic wing-lift carryover parameter.¹

Figura 3.4: Parámetro *wing-lift carryover* para vuelo subsónico. Fuente: [5]

- Para $\beta A_e \leq 4$, es necesario interpolar linealmente el valor de $\left(\frac{x_{ac}}{c_{re}}\right)_{B(W)}$ para el valor de βA_e del que se disponga. Para ello se toma $\left(\frac{x_{ac}}{c_{re}}\right)_{B(W)} \big|_{\beta A_e=4}$ de 3.19 y $\left(\frac{x_{ac}}{c_{re}}\right)_{B(W)} \big|_{\beta A_e=0}$ de la figura 3.5, en la que hay que entrar con $\frac{1}{4} [A_e(1 + \lambda_e) \tan \Lambda]$, siendo λ_e el estrechamiento del ala expuesta.

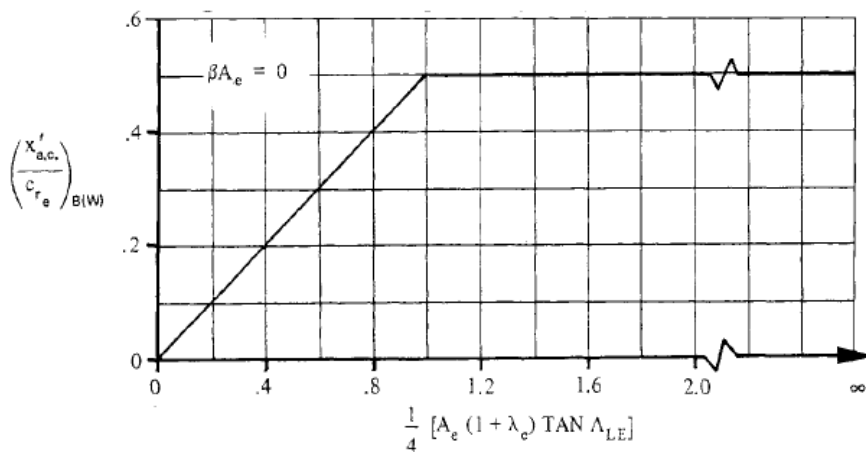


Fig. 3.21 Aerodynamic center location for wing-lift carryover body.¹

Figura 3.5: Localización del centro aerodinámico para cuerpo tipo *wing-lift carryover*. Fuente: [5]

Estimación del coeficiente de momentos del fuselaje $C_{M_{\alpha, \text{fus}}}$ La estimación de $C_{M_{\alpha, \text{fus}}}$ se llevará a cabo de acuerdo con uno de los métodos presentados [5], en concreto según la expresión 3.7 de esta referencia, transcrita en la ecuación 3.20

$$C_{M_{\alpha, \text{fus}}} = \frac{\pi}{2S_{ref}\bar{c}} \int_0^{l_{fus}} w_{fus}^2(x) \left(1 + \frac{\partial \epsilon_u}{\partial \alpha} \right) dx \quad (3.20)$$

donde $w_{fus}(x)$ es la anchura local del fuselaje en x y ϵ_u denota el *upwash* o *downwash* inducido por el ala en x . El valor del gradiente de *upwash/downwash* depende del punto x y, de acuerdo con la figura 3.6, tendrá que ser tomado como sigue:

- **Secciones 1-5:** Se toma la evolución mostrada en la curva 3.6b.
- **Sección 6:** Se toma la evolución mostrada en la curva 3.6a.
- **Sección del ala:** El gradiente de *downwash* es nulo.
- **Secciones 7-13:** Evolución lineal según 3.21

$$1 + \frac{\partial \epsilon_u}{\partial \alpha} = \frac{x - x_{TE,w}}{l_h} \left(1 - \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha} \right) \quad (3.21)$$

donde $x_{TE,w}$ es la posición del borde de salida del ala.

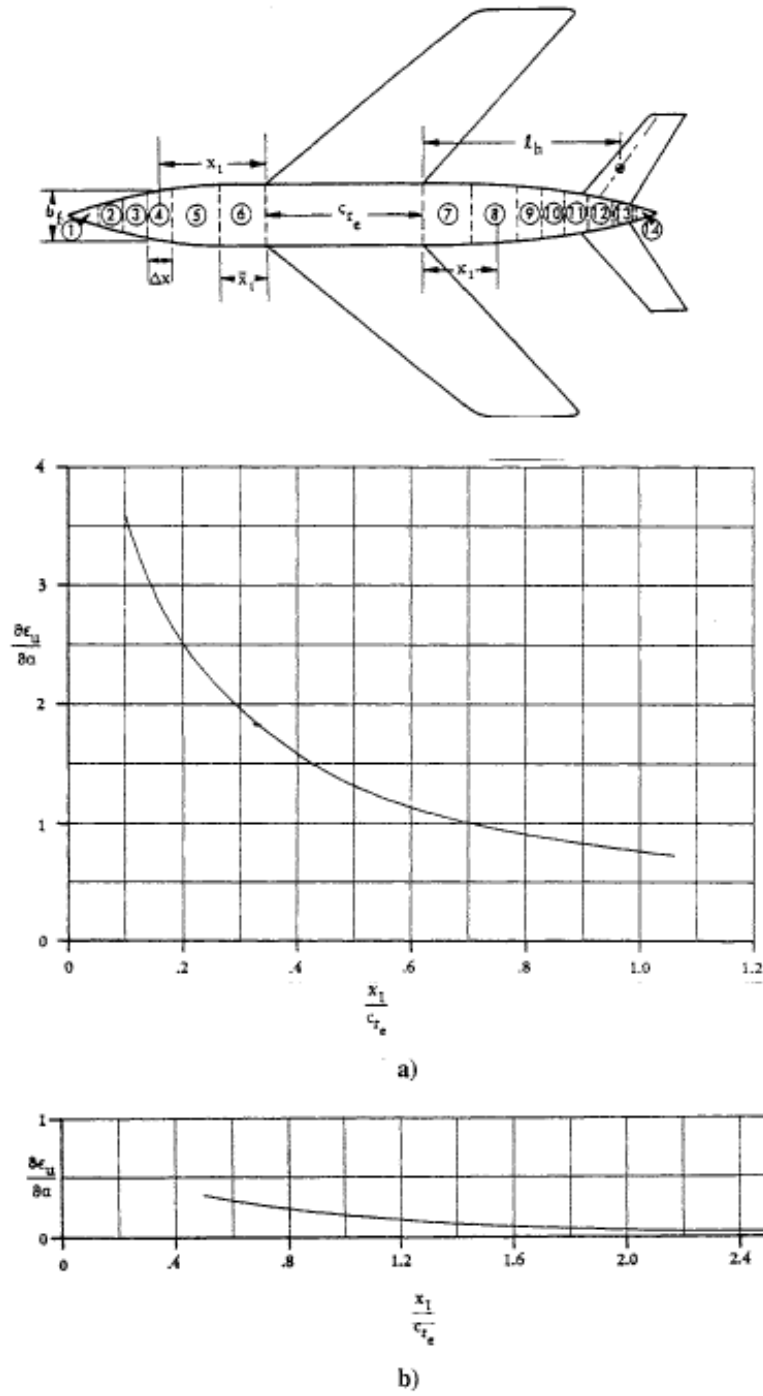


Figura 3.6: Variación del *upwash* del fuselaje por delante del ala. Fuente: [5]

3.1.2. Derivadas respecto a la velocidad horizontal u

Según [9], las derivadas de estabilidad respecto a la velocidad horizontal son nulas para $M_\infty < 0,3$.

$$C_{L_u} = C_{D_u} = C_{M_u} = 0$$

Para $M_\infty > 0,3$ se han seguido los métodos detallados a continuación.

3.1.2.1. C_{L_u}

La variación del coeficiente de sustentación con la velocidad se ha empleado la ecuación 3.107 de [10] que se transcribe en 3.22.

$$C_{L_u} = \frac{M_1^2}{1 - M_1^2} C_L \quad (3.22)$$

3.1.2.2. C_{D_u}

El cálculo de C_{D_u} se lleva a cabo un desarrollo similar al seguido en 3.10 que proporciona el resultado mostrado en la ecuación 3.23.

$$C_{D_u} = (k_1 + 2k_2 C_L) C_{L_u} \quad (3.23)$$

3.1.2.3. C_{M_u}

En efecto, existe una variación del coeficiente de momentos con la velocidad horizontal ya que el centro aerodinámico de las distintas superficies sustentadoras se atrasa según aumenta el Mach de vuelo. No obstante, estimar estas variaciones es una tarea compleja e innecesaria para el propósito perseguido.

3.1.3. Derivadas respecto al cambio del ángulo de cabeceo q

Se trata ahora de obtener las derivadas de estabilidad de la aeronave con respecto a la velocidad angular de cabeceo

3.1.3.1. C_{L_q}

El valor de C_{L_q} se obtiene sumando la contribución de las distintas superficies sustentadoras tal como se indica en 3.24

$$C_{L_q} = C_{L_q, WB} + C_{L_q, h} + C_{L_q, c} \quad (3.24)$$

A continuación se detallan los procedimientos seguidos en la estimación de las distintas contribuciones.

Conjunto ala-fuselaje, $C_{L_q, WB}$ Para la estimación del aporte del conjunto ala-fuselaje se ha empleado la ecuación 4.488 de [5], indicada en 3.25

$$C_{L_q, WB} = \left[K_{W(B)} + K_{B(W)} \right] C_{L_q, e} \frac{S_{exp}}{S_w} + C_{L_q, B} \left(\frac{S_{B, max} l_{fus}}{S_{ref} \bar{c}} \right) \quad (3.25)$$

donde $K_{W(B)}$ y $K_{B(W)}$ vienen dados por 3.4 y 3.5 respectivamente. $C_{L_q, e}$ y $C_{L_q, B}$ son las contribuciones del ala y del fuselaje aislado, respectivamente, y su cálculo se realiza según 3.26 y 3.27

$$C_{L_q, e} = \left(\frac{1}{2} + \frac{2(X_{AC, w} - X_{CG})}{\bar{c}} \right) C_{L_{\alpha, e}} \quad (3.26)$$

$$C_{L_q, B} = 2C_{L_{\alpha, N}} \left(\frac{V_{fus}^{2/3}}{S_{B, max}} \right) \left(1 - \frac{X_{CG}}{l_{fus}} \right) \quad (3.27)$$

donde $C_{L_{\alpha, N}}$ viene dado por 3.6 y V_{fus} es el volumen del fuselaje.

Estabilizador horizontal, $C_{L_q,h}$ El cálculo del aporte del estabilizador horizontal se va a llevar a cabo según la expresión 10.72 de [9], transcrita en 3.28.

$$C_{L_q,h} = -2\eta_h C_{L_{\alpha,h}} \left(\frac{(X_{AC,h} - X_{CG})S_h}{\bar{c}S_{ref}} \right) \quad (3.28)$$

Canard, $C_{L_q,h}$ El aporte del canard se calculará empleando la ecuación 10.73 de [9], indicada en 3.29.

$$C_{L_q,c} = 2\eta_c C_{L_{\alpha,c}} \left(\frac{(X_{AC,c} - X_{CG})S_h}{\bar{c}S_{ref}} \right) \quad (3.29)$$

3.1.3.2. C_{D_q}

Tal como se indica en [9], esta derivada puede ser considerada nula para el propósito de la herramienta desarrollada por lo que

$$C_{D_q} = 0 \quad (3.30)$$

3.1.3.3. C_{M_q}

La derivada de estabilidad C_{M_q} también se calcula agrupando los aportes de las distintas superficies sustentadoras tal como se indica en 3.31.

$$C_{M_q} = C_{M_q,WB} + C_{M_q,h} + C_{M_q,c} \quad (3.31)$$

El objetivo, al igual que para C_{L_q} , es calcular las contribuciones de los distintos elementos.

Conjunto ala-fuselaje, $C_{M_q,WB}$ Para el cálculo del aporte del conjunto ala-fuselaje se emplea el método señalado en [5] a partir de la expresión 4.502, la cual se transcribe a continuación, ecuación 3.32, junto con el resto de ecuaciones necesarias para realizar dicha estimación.

$$C_{M_q,WB} = \left[K_{W(B)} + K_{B(W)} \right] C_{M_{q,e}} \frac{S_{exp}}{S_w} + C_{M_{q,B}} \left(\frac{S_{B,max}}{S_{ref}} \right) \left(\frac{l_{fus}}{\bar{c}} \right)^2 \quad (3.32)$$

En 3.32 $C_{M_q,e}$ viene dado por la expresión 3.33 en la cual aparecen una serie de coeficientes cuyos valores vienen indicados en 3.37 - 3.41.

$$C_{M_q,e} = \left[\frac{\frac{c_1}{c_3} + c_2}{\frac{c_1}{c_2} + 3} \right] C_{M_q,e} \Big|_{M=0,2} \quad (3.33)$$

$$(3.34)$$

$$C_{M_q,e} \Big|_{M=0,2} = -0,7 C_{l_{\alpha,w}} \cos \Lambda_{c/4} \left[\frac{A_{w,e} \left(\frac{1}{2} \frac{X_{AC,w} - X_{CG}}{\bar{c}} + 2 \left(\frac{X_{AC,w} - X_{CG}}{\bar{c}} \right)^2 \right)}{c_5} + \left(\frac{c_1}{24c_4} \right) + \frac{1}{8} \right] \quad (3.35)$$

$$(3.36)$$

$$c_1 = A_{w,e}^3 \tan^2 \Lambda_{c/4} \quad (3.37)$$

$$c_2 = \frac{3}{B} \quad (3.38)$$

$$c_3 = AB + 6 \cos \Lambda_{c/4} \quad (3.39)$$

$$c_4 = A + 6 \cos \Lambda_{c/4} \quad (3.40)$$

$$c_5 = A + 2 \cos \Lambda_{c/4} \quad (3.41)$$

$$B = \sqrt{1 - M_1^2 \cos^2 \Lambda_{c/4}} \quad (3.42)$$

Por otro lado, en 3.32 se tiene $C_{M_q,B}$ que viene dado, según la expresión 4.512 de [5], indicada en 3.43.

$$C_{M_q,B} = 2C_{M_{\alpha,fus}} V_{B1} \left[\frac{\left(1 - \frac{X_{CG}}{l_{fus}} \right)^2 - V_{B1} \left(\frac{x_c}{l_{fus}} - \frac{X_{CG}}{l_{fus}} \right)}{1 - \frac{X_{CG}}{l_{fus}} - V_{B1}} \right] \quad (3.43)$$

$$V_{B1} = \frac{V_{fus}}{S_{B,max} l_{fus}} \quad (3.44)$$

$$x_c = \frac{1}{V_B} \int_0^{l_{fus}} S_{fus}(x) x dx \quad (3.45)$$

Estabilizador horizontal, $C_{M_q,h}$ El cálculo del aporte del estabilizador horizontal se va a llevar a cabo según la expresión 10.78 de [9], transcrita en 3.46.

$$C_{M_q,h} = -2\eta_h C_{L_{\alpha,h}} \left(\frac{X_{AC,h} - X_{CG}}{\bar{c}} \right)^2 \frac{S_h}{S_{ref}} \quad (3.46)$$

Canard, $C_{M_q,c}$ El aporte del canard se calculará empleando la ecuación 10.79 de [9], indicada en 3.47.

$$C_{M_q,h} = -2\eta_c C_{L_{\alpha,c}} \left(\frac{X_{AC,c} - X_{CG}}{\bar{c}} \right)^2 \frac{S_c}{S_{ref}} \quad (3.47)$$

3.1.4. Derivadas respecto al cambio del ángulo de ataque $\dot{\alpha}$

Las últimas derivadas de estabilidad longitudinales que se presentan en este documento son las relacionadas con la velocidad angular del ángulo de ataque. A continuación se especifica la metodología seguida en la estimación de cada una de ellas.

3.1.4.1. $C_{L_{\dot{\alpha}}}$

Para la estimación de $C_{L_{\dot{\alpha}}}$ se suman las contribuciones de ala y estabilizador horizontal tal como se especifica en la expresión 4.526 de [5] que queda transcrita en 3.48.

$$C_{L_{\dot{\alpha}}} = C_{L_{\dot{\alpha}},WB} + C_{L_{\dot{\alpha}},h} \quad (3.48)$$

A continuación se detallan las expresiones para cada una de las contribuciones.

Conjunto ala-fuselaje, $C_{L_{\dot{\alpha}},WB}$ En [5] se proporciona una metodología para calcular conjuntamente el aporte de ala y fuselaje aplicando unos factores de ponderación (expresión 4.527). No obstante, el primer término, correspondiente al ala, es calculado para una expresión adecuada para alas con forma en planta triangular, por lo que se va a obviar, quedando tal como se indica en 3.49

$$C_{L_{\dot{\alpha}},WB} = C_{L_{\dot{\alpha}},fus} \frac{S_{B,max} l_{fus}}{S_{ref} \bar{c}} \quad (3.49)$$

donde $C_{L_{\dot{\alpha}},fus}$ viene dado por 3.55.

$$C_{L_{\dot{\alpha}},fus} = 2C_{L_{\alpha},fus} \left(\frac{V_{fus}^{2/3}}{S_{B,max}} \right) \left(\frac{V_{fus}}{S_{B,max} l_{fus}} \right) \quad (3.50)$$

Estabilizador horizontal, $C_{L_{\dot{\alpha}},h}$ La contribución del estabilizador horizontal es la indicada en la expresión 4.525 de [5] y 10.22 de [9], que se muestra en 3.51

$$C_{L_{\dot{\alpha}},h} = 2\eta_h C_{L_{\alpha},h} \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha} \left(\frac{(X_{AC,h} - X_{CG}) S_h}{\bar{c} S_{ref}} \right) \quad (3.51)$$

3.1.4.2. $C_{D_{\dot{\alpha}}}$

Tal como se indica en [9], puede asumirse que el valor de $C_{D_{\dot{\alpha}}}$ es nulo.

$$C_{D_{\dot{\alpha}}} = 0 \quad (3.52)$$

3.1.4.3. $C_{M_{\dot{\alpha}}}$

El coeficiente de momentos se estimará sumando las contribuciones del conjunto ala-fuselaje y el estabilizador horizontal según lo señalado en la expresión 4.538 [5] reflejada en la ecuación 3.53.

$$C_{M_{\dot{\alpha}}} = C_{M_{\dot{\alpha}},WB} + C_{M_{\dot{\alpha}},h} \quad (3.53)$$

Conjunto ala-fuselaje, $C_{M_{\dot{\alpha}},WB}$ La referencia [5] proporciona un procedimiento para estimar el aporte conjunto de ala y fuselaje pero existe la misma problemática que para $C_{L_{\dot{\alpha}},WB}$ por lo que se adoptará la misma solución y empleando la expresión 3.54, tomada de la ecuación 4.539 de [5].

$$C_{M_{\dot{\alpha}},WB} = C_{M_{\dot{\alpha}},fus} \frac{S_{B,max} l_{fus}^2}{S_{ref} \bar{c}^2} \quad (3.54)$$

donde $C_{M_{\dot{\alpha}},fus}$ viene dado por 3.55 (expresión 4.543 de [5]).

$$C_{M_{\dot{\alpha}},fus} = 2C_{M_{\alpha},fus} \left(\frac{V_{fus}}{S_{B,max} l_{fus}} \right) \left[\frac{\frac{x_c}{l_{fus}} - \frac{X_{CG}}{l_{fus}}}{1 - \frac{X_{CG}}{l_{fus}} - V_{B1}} \right] \left(\frac{V_{fus}}{S_{B,max} l_{fus}} \right) \quad (3.55)$$

Donde x_c y V_{B1} vienen dados por 3.44 y 3.45.

Estabilizador horizontal, $C_{M_{\dot{\alpha},h}}$ El aporte del estabilizador horizontal puede ser encontrado en las expresiones 4.537 de [5] y 10.24 de [9] que se muestra en la ecuación 3.56

$$C_{M_{\dot{\alpha},h}} = -2\eta_h C_{L_{\alpha,h}} \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha} \left(\frac{(X_{AC,h} - X_{CG})S_h}{\bar{c}S_{ref}} \right) \left(\frac{(X_{AC,h} - X_{CG})}{\bar{c}} \right) \quad (3.56)$$

3.2. Derivadas de Estabilidad Propulsivas

Para el estudio de las derivadas de estabilidad propulsivas se va a tomar un modelo de potencia de la aeronave de segundo orden como el indicado en la expresión 3.57

$$P = A_p u_1^2 + B_p u_1 + C_p \quad (3.57)$$

Para el cálculo de estas derivadas se han seguido los procedimientos indicados en [8], junto con algunas aclaraciones procedentes de [1].

3.3. Derivadas de Estabilidad Laterales-Direccionales

En esta sección se detallarán las metodologías empleadas en la estimación del comportamiento lateral-direccional de la aeronave, siguiendo el orden siguiente:

- Derivadas respecto al ángulo de resbalamiento, β .
- Derivadas respecto a la velocidad angular de balance, p .
- Derivadas respecto a la velocidad angular de guiñada, r .
- Derivadas respecto a la variación del ángulo de resbalamiento, $\dot{\beta}$.

3.3.1. Derivadas respecto al ángulo de resbalamiento, β

A continuación se especifican los métodos empleados en el cálculo de las derivadas respecto a β .

3.3.1.1. C_{y_β}

La estimación de esta derivada de estabilidad se lleva a cabo sumando los aportes del ala, el fuselaje y el estabilizador vertical (relación ??), cuyos cálculos se especifican a continuación.

$$C_{y_\beta} = C_{y_\beta,w} + C_{y_\beta,fus} + C_{y_\beta,v} \quad (3.58)$$

Aporte del ala, $C_{y_\beta,w}$ Para la estimación de esta derivada se consideraron los dos métodos desarrollados en [9] y en [11] pero finalmente se optó por seguir la expresión 9.2 de [11], indicada en 3.59

$$C_{y_\beta,w} = C_L^2 \frac{6 \tan \Lambda_w \sin \Lambda_w}{\pi A_w (A_w + 4 \cos \Lambda)} \quad (3.59)$$

donde todos los términos son conocidos.

Aporte del fuselaje, $C_{y\beta, fus}$ Para la estimación del aporte del fuselaje se ha seguido también [11], en concreto la expresión 9.4 reflejada en 3.60

$$C_{y\beta, fus} = -K_i C_{L\alpha, fus} \frac{V_{fus}^{2/3}}{S_{ref}} \quad (3.60)$$

donde K_i viene dado por la gráfica mostrada en la figura 3.7 que tiene como parámetro de entrada $\frac{z_w}{d/2}$ siendo z_w la altura del ala respecto a la línea de referencia del fuselaje (positiva si se encuentra por debajo) y d la altura del fuselaje en la zona de interferencia con el ala.

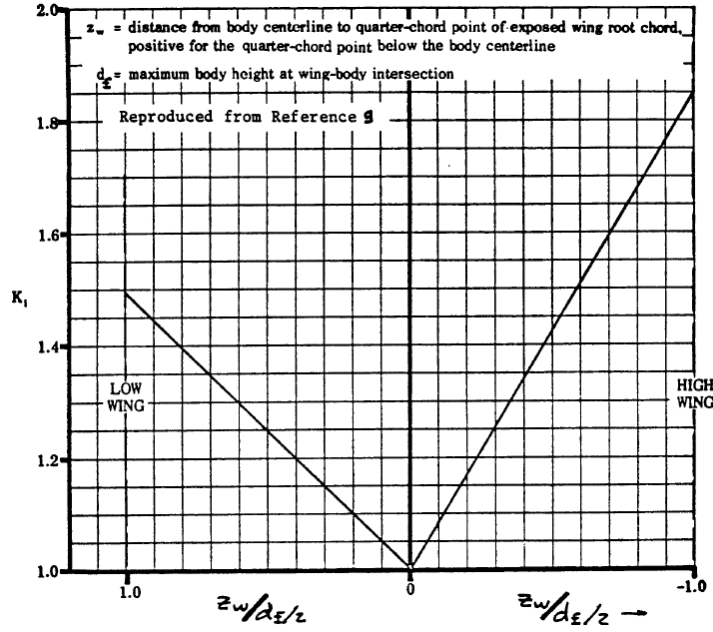


Figura 3.7: Factor de interferencia ala-fuselaje. Fuente: [9]

Aporte del estabilizador vertical, $C_{y\beta, v}$ El aporte del estabilizador vertical se estimará según la relación 9.6 de [11], reescrita en 3.61

$$C_{y\beta, v} = -k\eta_v \left(1 + \frac{\partial\sigma}{\partial\beta}\right) C_{L\alpha, v} \frac{S_v}{S_{ref}} \quad (3.61)$$

donde k viene dado por la gráfica que aparece en la figura 3.8 que tiene como dato de entrada $\frac{b_v}{2r_1}$, siendo b_v la altura del vertical y r_1 el radio del fuselaje donde se encuentra situado el vertical. $\left(1 + \frac{\partial\sigma}{\partial\beta}\right)$ es el *sidewash* que representa la perturbación que genera el ala sobre la corriente de aire que incide sobre el el estabilizador vertical. El cálculo conjunto del *sidewash* y la relación de presiones dinámicas se indica en 3.62, tomada de la expresión 10.31 de [9].

$$\eta_v \left(1 + \frac{\partial\sigma}{\partial\beta}\right) = 0,724 + 1,53 \frac{S_v}{S_w} \frac{1}{1 + \cos \Lambda_{c/4}} + 0,4 \frac{z_w}{b_{f, max}} + 0,009 A_w \quad (3.62)$$

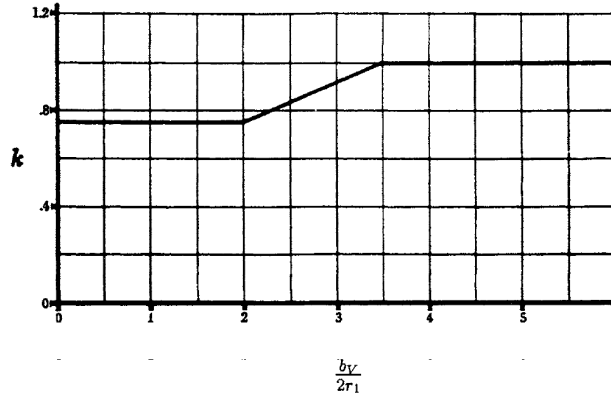


Figura 3.8: Factor empírico para estimación de fuerza lateral sobre el vertical. Fuente: [9]

3.3.1.2. C_{n_β}

Al igual que la anterior, esta derivada vendrá dada por la suma de las contribuciones de ala, fuselaje y vertical.

$$C_{n_\beta} = C_{n_\beta,w} + C_{n_\beta,fus} + C_{n_\beta,v} \quad (3.63)$$

A continuación se detalla el cálculo de las distintas contribuciones.

Aporte del ala, $C_{n_\beta,w}$ En [9] se asume nulo el valor de esta derivada sin embargo la expresión 9.12 de [11] proporciona un método para estimarla indicado en 3.64

$$C_{n_\beta,w} = C_L^2 \left[\frac{1}{4\pi A_w} - \frac{\tan \Lambda_w}{\pi A_w (A + 4 \cos \Lambda_w)} \left(\cos \Lambda_w - \frac{A_w}{2} - \frac{A_w^2}{8 \cos \Lambda_w} \right) + 6 \frac{X_{AC,w}}{\bar{c}} \frac{\sin \Lambda_w}{A_w} \right] \quad (3.64)$$

donde todos los términos han sido ya definidos.

Aporte del fuselaje, $C_{n_\beta,fus}$ Para la estimación de la contribución del fuselaje se ha tomado la expresión 10.42 de [9], reescrita en 3.65

$$C_{n_\beta,fus} = -\frac{180}{\pi} K_N K_{Rl} \frac{S_{side,fus}}{S_{ref}} \frac{l_{fus}}{b_w} \quad (3.65)$$

donde K_N y K_{Rl} vienen dados por las gráficas mostradas en las figuras 3.9 y 3.10. La primera de ellas requiere como parámetros de entrada una serie de datos de geometría indicados en la parte superior de la gráfica. Por otro lado, para K_N solo es necesario el número de Reynolds:

$$Re = \frac{V_\infty l_{fus}}{\nu} \quad (3.66)$$

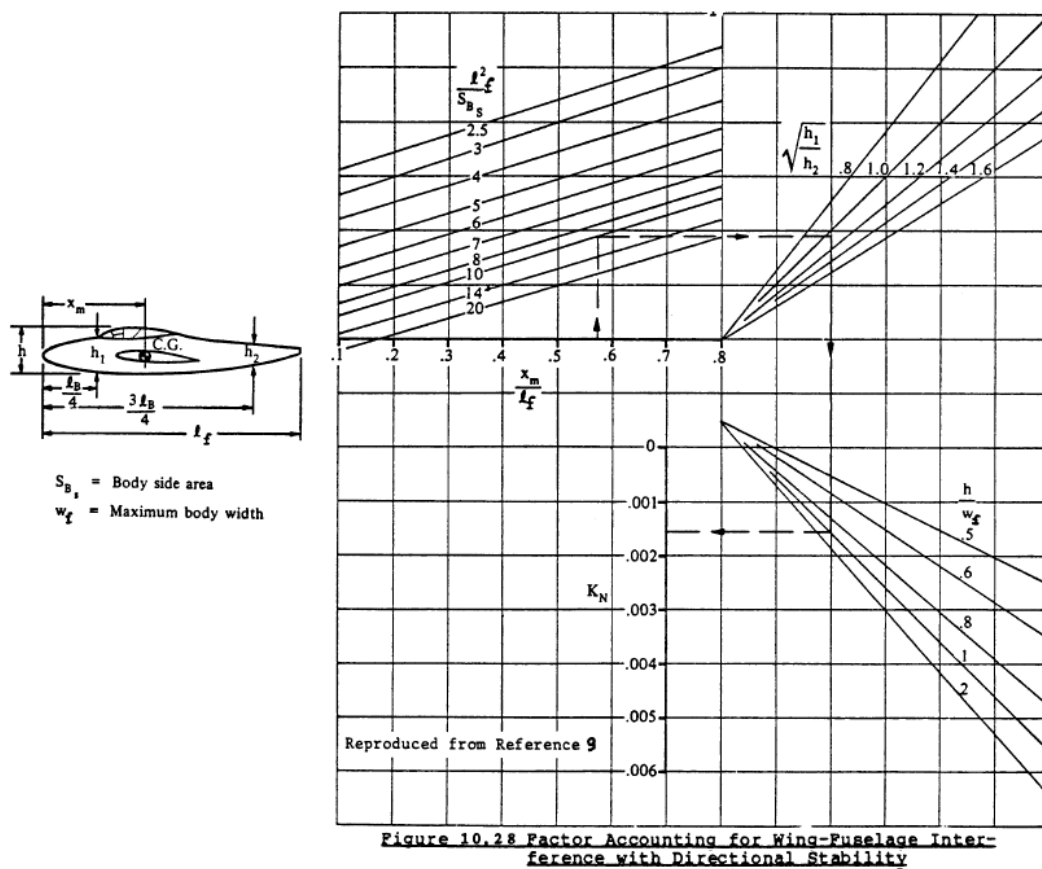


Figura 3.9: Factor empírico para estimar interferencia ala-fuselaje en estabilidad direccional. Fuente: [9]

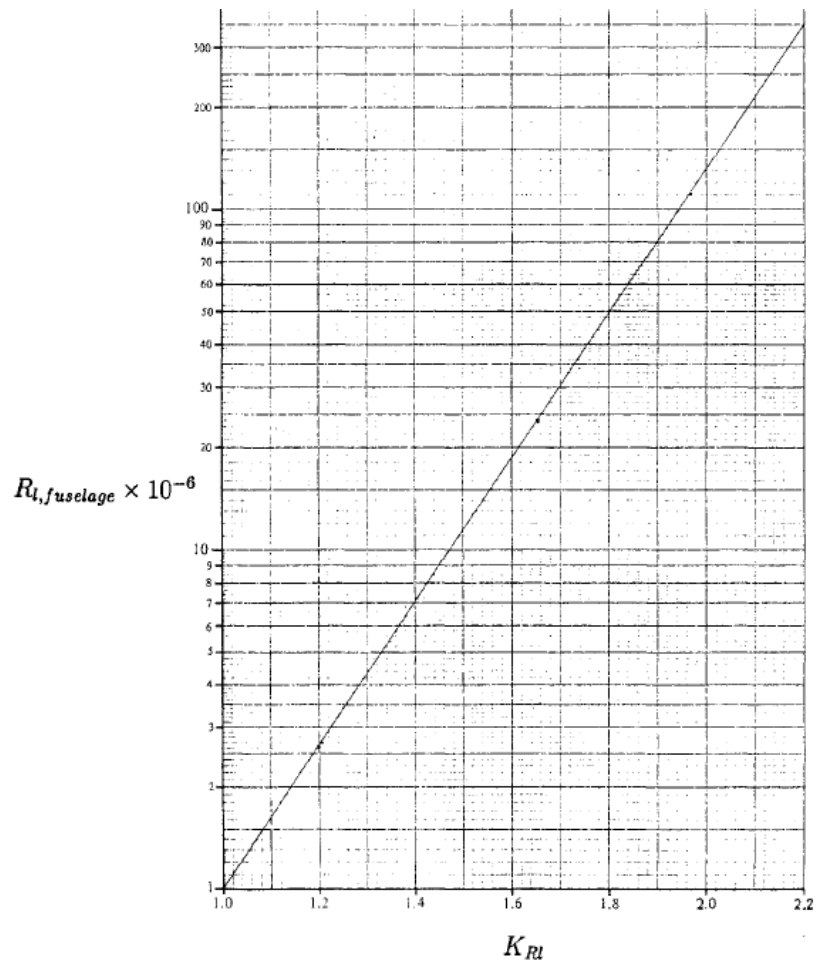


Figura 3.10: Factor que tiene en cuenta el número de Reynolds sobre el fuselaje. Fuente: [9]

Aporte del estabilizador vertical, $C_{n\beta,v}$ El cálculo de la contribución del estabilizador vertical se realiza según la ecuación 10.43 de [9] que se reescribe en 3.67

$$C_{n\beta,v} = -C_{y\beta,v} \frac{X_{AC,v} - X_{CG}}{b_w} \quad (3.67)$$

tomando $C_{y\beta,v}$ de la expresión 3.61.

3.3.1.3. $C_{l\beta}$

La estimación de esta derivada, una vez más, se obtiene como superposición de los distintos elementos:

$$C_{l\beta} = C_{l\beta,W(B)} + C_{l\beta,v} \quad (3.68)$$

Aporte de conjunto ala-fuselaje, $C_{n\beta,W(B)}$ Para el cálculo de la aportación del conjunto ala-fuselaje se emplea la expresión 3.368 de [5] que se reescribe en 3.69

$$C_{l\beta,W(B)} = \frac{180}{\pi} \left[C_L \left[\left(\frac{C_{l\beta}}{C_L} \right)_{\Lambda_{c/2}} K_{M\Lambda} K_f + \left(\frac{C_{l\beta}}{C_L} \right)_A \right] + \Gamma \left[\frac{C_{l\beta}}{\Gamma} K_{M\Gamma} + \frac{\Delta C_{l\beta}}{\Gamma} \right] + (\Delta C_{l\beta})_{z_w} \right] \quad (3.69)$$

donde están presentes una gran cantidad de términos que se definen a continuación. En primer lugar señalar que el ángulo de diedro Γ debe ser introducido en grados. El término $\left(\frac{C_{l\beta}}{C_L} \right)_{\Lambda_{c/2}}$ se obtiene de las gráficas mostradas en la figura 3.15. El factor $K_{M\Lambda}$ contempla los efectos de compresibilidad y se obtiene de la figura 3.11. El coeficiente K_f tiene en cuenta la presencia del fuselaje y se extrae de la figura 3.12. El término $\left(\frac{C_{l\beta}}{C_L} \right)_A$ añade a la expresión el efecto del alargamiento del ala y se obtiene de la figura 3.13. El factor $\frac{C_{l\beta}}{\Gamma}$ se calcula a partir de la figura 3.16 y $K_{M\Gamma}$ a partir de la figura 3.14 y tienen en cuenta el ángulo de diedro del ala. Por último, $\frac{\Delta C_{l\beta}}{\Gamma}$ y $(\Delta C_{l\beta})_{z_w}$ vienen dados por las expresiones 3.70 y 3.71

$$\frac{\Delta C_{l\beta}}{\Gamma} = -0,0005 \sqrt{A_w} \left(\frac{b_{fus,w}}{b_w} \right)^2 \quad (3.70)$$

$$(\Delta C_{l\beta})_{z_w} = \frac{1,2\pi\sqrt{A_w}}{180} \left(\frac{Z_{AC,w}}{b_w} \right) \left(\frac{2b_{fus,w}}{b_w} \right) \quad (3.71)$$

donde $b_{fus,w}$ es la altura del fuselaje en el encastre del ala.

Aporte del estabilizador vertical, $C_{l\beta,v}$ Para la contribución del estabilizador vertical se ha empleado la expresión 10.39 en [9], reescrita en 3.72

$$C_{l\beta,v} = C_{y\beta,v} \frac{Z_{AC,v}}{b_w} \quad (3.72)$$

donde $C_{y\beta,v}$ viene dada por 3.61.

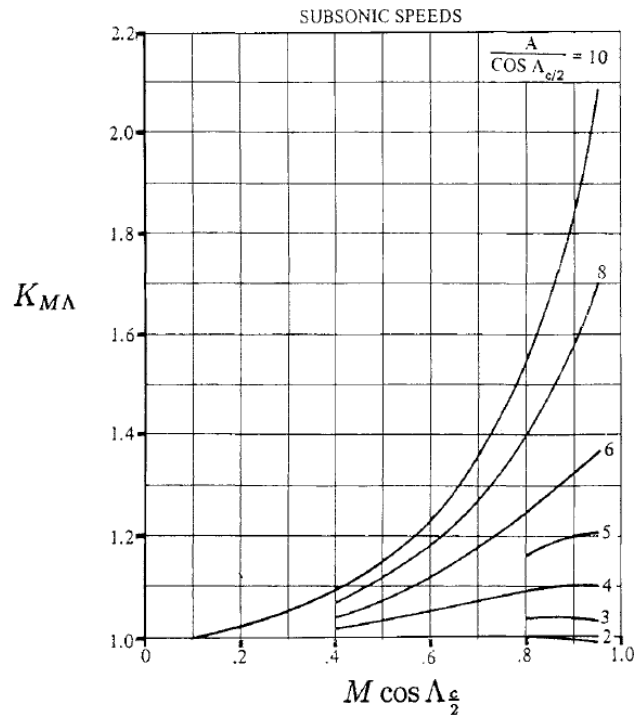


Figura 3.11: Factor de corrección de compresibilidad. Fuente: [5]

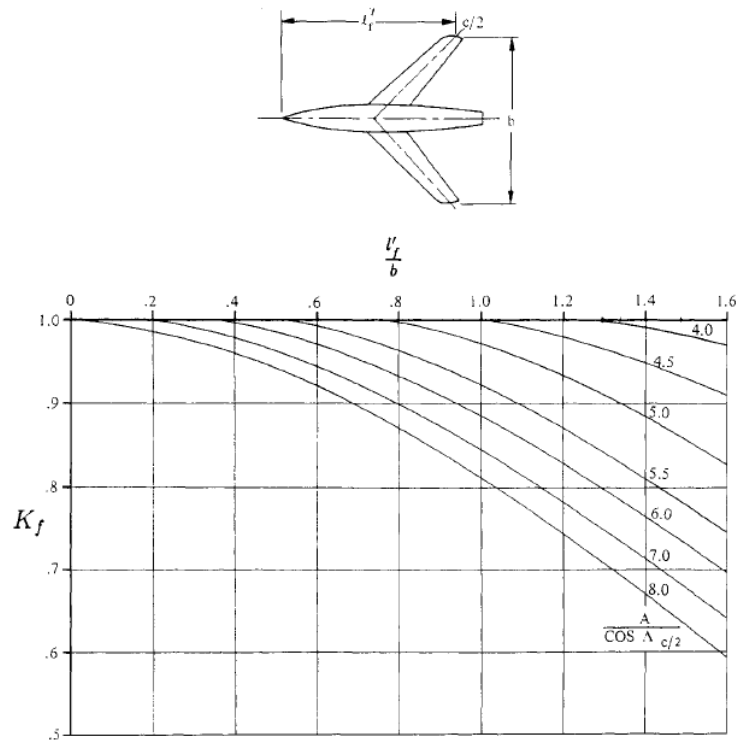


Figura 3.12: Factor de corrección del fuselaje. Fuente: [5]

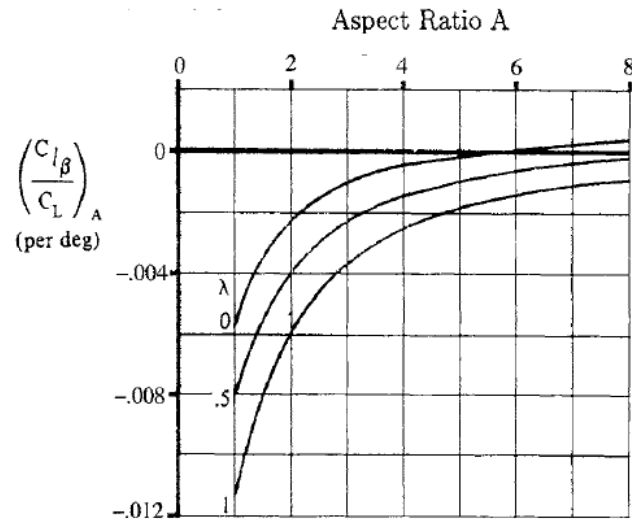


Figura 3.13: Factor de corrección del fuselaje. Fuente: [5]

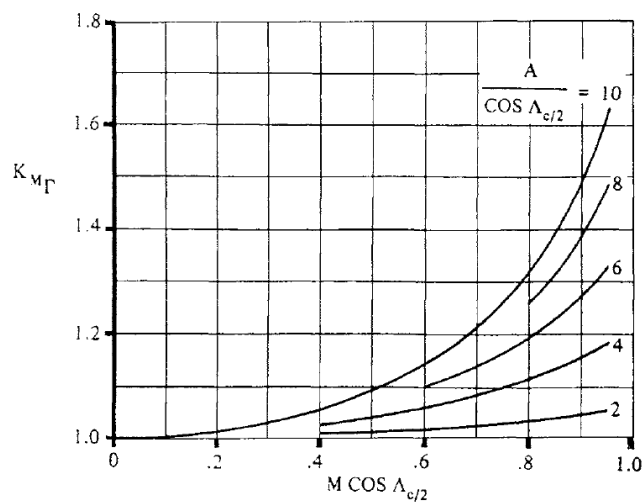


Figura 3.14: Factor de corrección de compresibilidad debida al diedro. Fuente: [5]

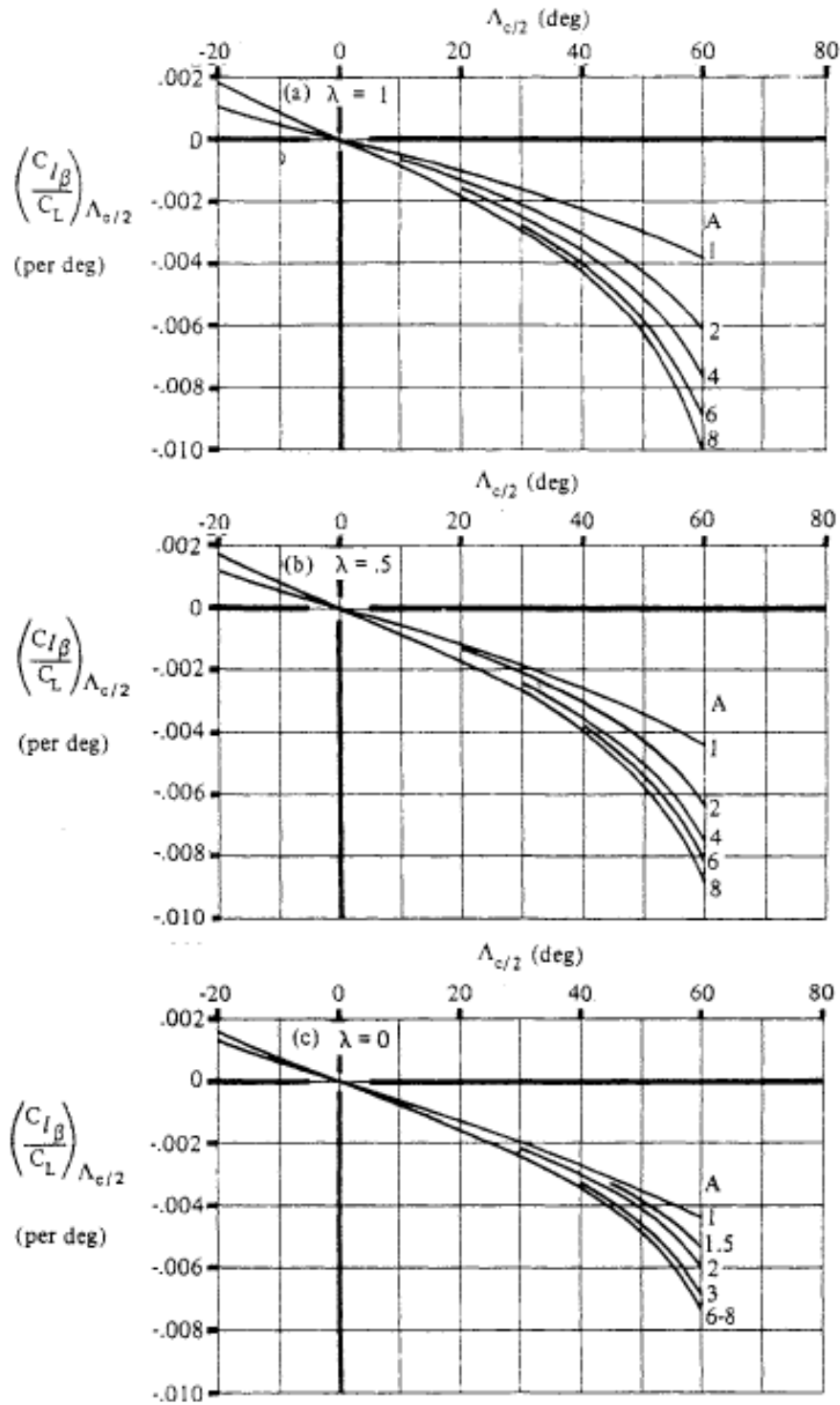


Fig. 3.96 Wing-sweep contribution to $C_{l\beta}$ (Ref. 1).

Figura 3.15: Contribución de la flecha a $C_{l\beta}$. Fuente: [5]

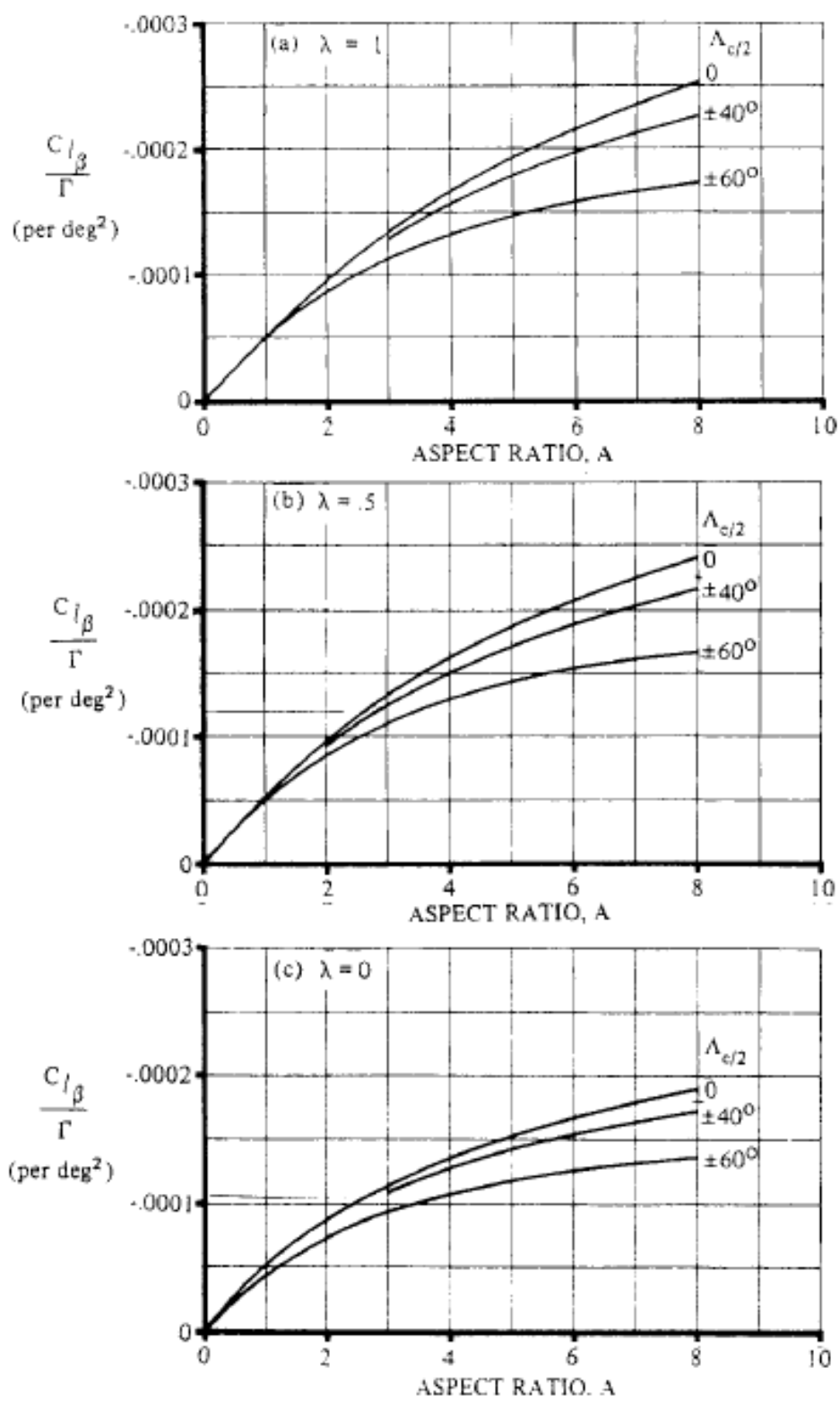


Figura 3.16: Contribución del diedro a C_{l_β} . Fuente: [5]

3.3.2. Derivadas respecto a la velocidad angular de balance, p

Se incluyen a continuación las definiciones de las distintas derivadas de estabilidad respecto a la velocidad angular de balance.

3.3.2.1. C_{y_p}

La derivada de estabilidad C_{y_p} se calcula superponiendo los aportes de ala y estabilizador vertical.

$$C_{y_p} = C_{y_p,w} + C_{y_p,v} \quad (3.73)$$

Aporte del ala, $C_{y_p,w}$ La formulación escogida para calcular la contribución del ala a C_{y_p} esta tomada de la sección 7.1.2.1 de [1] que proporciona la expresión indicada en 3.74

$$C_{y_p,w} = K \left[\left(\frac{C_{y_p}}{C_L} \right)_{C_L=0,M} \right] + (\Delta C_{y_p})_\Gamma \quad (3.74)$$

donde K viene dado por 3.75, $\left(\frac{C_{y_p}}{C_L} \right)_{C_L=0,M}$ viene dado por 3.77 y $(\Delta C_{y_p})_\Gamma$, que es el incremento de C_{y_p} debido al diedro del ala, viene dado por la ecuación 3.78.

$$K = \frac{1 - a_{w1}}{1 - e_w a_{w1}} \quad (3.75)$$

donde e_w es el coeficiente de eficiencia de Oswald y a_{w1} viene dado por la ecuación 3.76

$$a_{w1} = \frac{C_{L\alpha,w_e}}{\pi A R_{w_e}} \quad (3.76)$$

$$\left(\frac{C_{y_p}}{C_L} \right)_{C_L=0,M} = \frac{A_w + 4 \cos \Lambda_{c/4}}{A_w B + 4 \cos \Lambda_{c/4}} \frac{A_w B + \cos \Lambda_{c/4}}{A_w + \cos \Lambda_{c/4}} \left(\frac{C_{y_p}}{C_L} \right)_{C_L=0,M=0} \quad (3.77)$$

donde B se define según 3.42 y $\left(\frac{C_{y_p}}{C_L} \right)_{C_L=0,M=0}$ viene dado por la gráfica mostrada en la figura 3.17 a partir de A , $\Lambda_{c/4}$ y λ .

$$(\Delta C_{y_p})_\Gamma = 3 \sin \Gamma \left(1 - 2 \frac{Z_{AC,w}}{b_w/2} \sin \Gamma \right) (C_{l_p})_{\Gamma=0,C_L=0} \quad (3.78)$$

En la ecuación 3.78, $(C_{l_p})_{\Gamma=0,C_L=0}$ viene dado por la expresión 3.79

$$(C_{l_p})_{\Gamma=0,C_L=0} = \left(\frac{\beta C_{l_p}}{k} \right)_{C_L=0} \frac{k}{\beta} \quad (3.79)$$

donde $k = \frac{C_{l_{\alpha,w}}}{2\pi}$ y $\left(\frac{\beta C_{l_p}}{k} \right)_{C_L=0}$ viene dado por la gráfica mostrada en la figura 3.18 que recibe como parámetros de entrada $\frac{\beta A_{w,e}}{k}$ y $\Lambda_\beta = \tan^{-1} \left(\frac{\tan \Lambda_{c/4,w}}{\beta} \right)$.

Aporte del estabilizador vertical, $C_{y_p,v}$ El aporte del estabilizador vertical se calcula según la expresión 4.545 de [5] reflejada en la ecuación 3.80

$$C_{y_p,v} = 2 \frac{(Z_{AC,v} \cos \alpha - (X_{AC,v} - X_{CG}) \sin \alpha) - Z_{AC,v}}{b_w} C_{y_\beta,v} \quad (3.80)$$

donde $C_{y_\beta,v}$ se toma de 3.61.

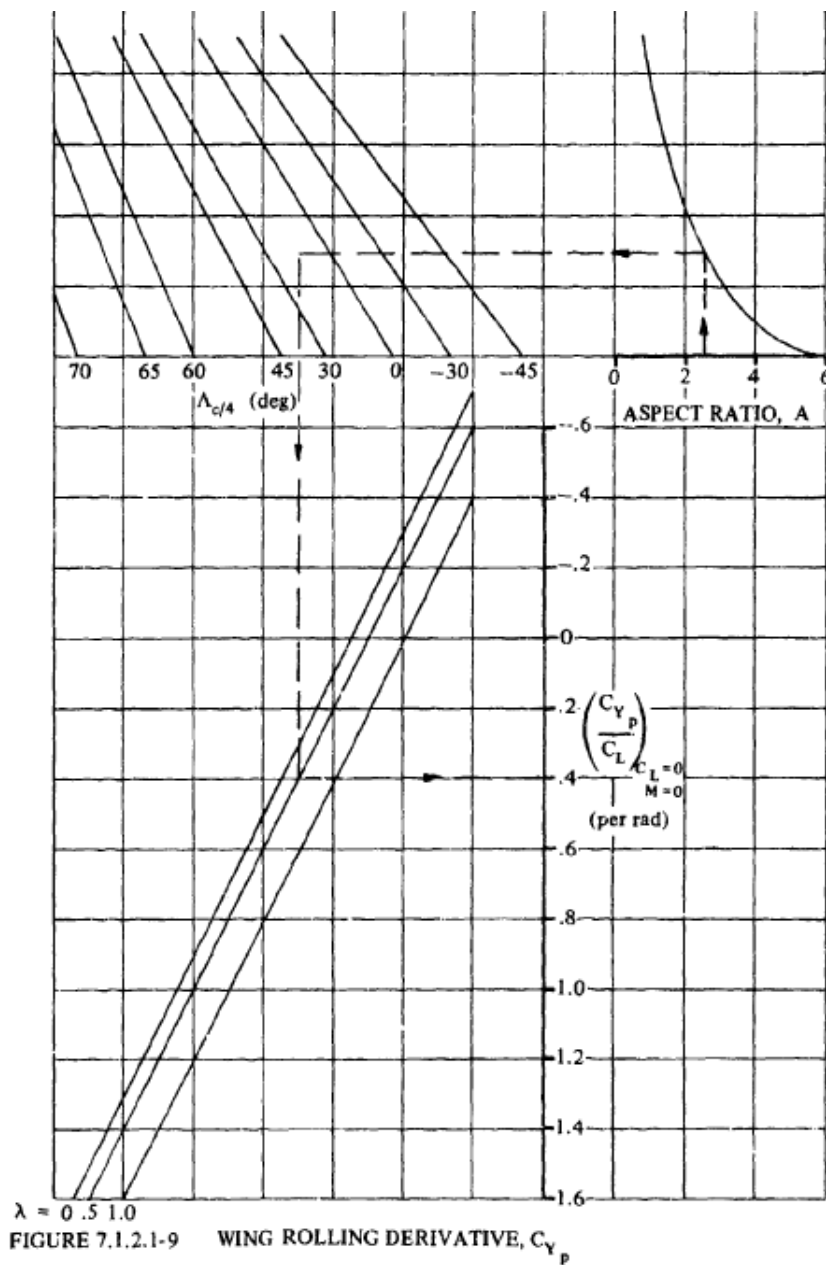


FIGURE 7.1.2.1-9 WING ROLLING DERIVATIVE, C_{Yp}

Figura 3.17: Pendiente de la fuerza lateral a baja velocidad debida a balance. Fuente: [1]

3.3.2.2. C_{np}

El valor de la derivada C_{np} se obtiene sumando las aportaciones del ala y el estabilizador vertical tal como se comprueba de la expresión 3.81

$$C_{np} = C_{np,w} + C_{np,v} \quad (3.81)$$

La forma de estimar los aportes de cada elemento se detalla en los siguientes subapartados.

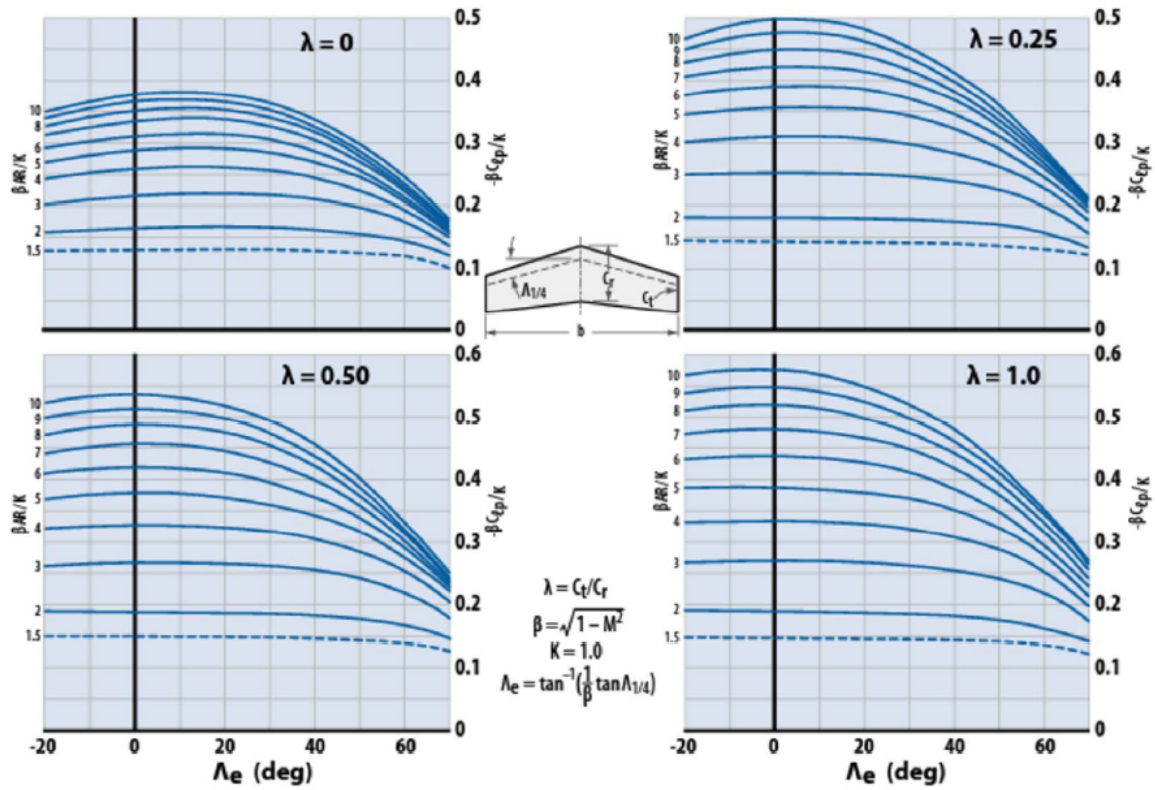


Figura 3.18: Parámetro de amortiguamiento de balance con sustentación nula. Fuente: [6]

Aporte del ala, $C_{n_p,w}$ Para estimar la contribución del ala se ha seguido la expresión 4.594 de [5] la cual se reescribe en 3.82

$$C_{n_p,w} = C_{l_p,w} \tan \alpha (K - 1) + K \left(\frac{C_{n_p}}{C_L} \right)_{C_L=0,M} C_L \quad (3.82)$$

donde $\left(\frac{C_{n_p}}{C_L} \right)_{C_L=0,M}$ viene dado por la expresión 3.83, K viene dado por 3.75 y C_{l_p} por 3.86.

$$\begin{aligned} \left(\frac{C_{n_p}}{C_L} \right)_{C_L=0,M} &= \left(\frac{A_{w,e} + 4 \cos \Lambda_{c/4,w}}{A_{w,e} B + 4 \cos \Lambda_{c/4}} \right) \\ &\times \left[\frac{A_{w,e} B + 0,5 \left(A_{w,e} B + \cos \Lambda_{c/4,w} \right) \tan^2 \Lambda_{c/4,w}}{A_{w,e} + 0,5 \left(A_{w,e} + \cos \Lambda_{c/4,w} \right) \tan^2 \Lambda_{c/4,w}} \right] \left(\frac{C_{n_p}}{C_L} \right)_{C_L=M=0} \end{aligned} \quad (3.83)$$

donde B y $\left(\frac{C_{n_p}}{C_L} \right)_{C_L=M=0}$ vienen dados, respectivamente, por las expresiones 3.42 y 3.84.

$$\left(\frac{C_{n_p}}{C_L} \right)_{C_L=M=0} = - \left[\frac{A_{w,e} + 6 \left(A_{w,e} + \cos \Lambda_{c/4,w} \right) \left(\frac{\xi \tan \Lambda_{c/4,w}}{A_{w,e}} + \frac{\tan^2 \Lambda_{c/4,w}}{12} \right)}{6 \left(A_{w,e} + 4 \cos \Lambda_{c/4,w} \right)} \right] \quad (3.84)$$

Aporte del estabilizador vertical, $C_{n_p,v}$ El aporte del estabilizador vertical viene dado por la ecuación 4.598 de [5] que queda indicada en la relación 3.85

$$C_{n_p,v} = -\frac{2}{b} ((X_{AC,v} - X_{CG}) \cos \alpha + Z_{AC,v} \sin \alpha) \times \left(\frac{(Z_{AC,v} \cos \alpha - (X_{AC,v} - X_{CG}) \sin \alpha) - Z_{AC,v}}{b_{w,e}} \right) C_{y_{\beta},v} \quad (3.85)$$

donde $C_{y_{\beta},v}$ viene dado por 3.61.

3.3.2.3. C_{l_p}

Tal como se indica en la expresión 4.555 de [5], reescrita en 3.86, para el cálculo de esta derivada también se superponen los aportes del ala y el vertical cuya estimación se detalla a continuación.

$$C_{l_p} = C_{l_p,w} + C_{l_p,v} \quad (3.86)$$

Aporte del ala, $C_{l_p,w}$ La aportación del ala a C_{l_p} se obtiene a partir de la expresión 4.576 de [5], reescrita en 3.87

$$C_{l_p,w} = \left(\frac{\beta C_{l_p}}{k} \right)_{C_L=0} \left(\frac{k}{\beta} \right) \left(\frac{(C_{l_p})_{\Gamma}}{(C_{l_p})_{\Gamma=0}} \right) \quad (3.87)$$

donde $\left(\frac{\beta C_{l_p}}{k} \right)_{C_L=0} \frac{k}{\beta}$ viene dado por la figura 3.18 y $\left(\frac{(C_{l_p})_{\Gamma}}{(C_{l_p})_{\Gamma=0}} \right)$ por la expresión ??

$$\left(\frac{(C_{l_p})_{\Gamma}}{(C_{l_p})_{\Gamma=0}} \right) = \left(1 - 2 \left(\frac{2Z_{AC,w}}{b_w} \right) \sin \Gamma + 3 \left(\frac{2Z_{AC,w}}{b_w} \right)^2 \sin^2 \Gamma \right) \quad (3.88)$$

donde todos los términos son conocidos.

Aporte del estabilizador vertical, $C_{l_p,v}$ La contribución del estabilizador vertical se estima siguiendo la expresión 4.579 de [5], reflejada en 3.89

$$C_{l_p,v} = \left| 2 \left(\frac{Z_{AC,v} \cos \alpha - (X_{AC,v} - X_{CG}) \sin \alpha}{b_w} \right) \times \left(\frac{(Z_{AC,v} \cos \alpha - (X_{AC,v} - X_{CG}) \sin \alpha) - Z_{AC,v}}{b_w} \right) \right| C_{y_{\beta},v} \quad (3.89)$$

donde $C_{y_{\beta},v}$ se obtiene de 3.61

3.3.3. Derivadas respecto a la velocidad angular de guiñada, r

A continuación se detallan los distintos métodos empleados en las estimaciones de las derivadas relativas a la velocidad angular de guiñada.

3.3.3.1. C_{y_r}

Para la estimación es usual tener en cuenta únicamente la contribución del vertical, asumiendo despreciables los aportes del ala y demás superficies sustentadoras. Así, se emplea la expresión 4.599 de [5] para el cálculo de C_{y_r} que queda indicada en la ecuación 3.90

$$C_{y_r} = C_{y_r,v} = -\frac{2}{b_w} ((X_{AC,v} - X_{CG}) \cos \alpha + Z_{AC,v} \sin \alpha) C_{y_{\beta},v} \quad (3.90)$$

donde todos los términos son ya conocidos, viniendo $C_{y_{\beta},v}$ indicado en 3.61.

3.3.3.2. C_{n_r}

Para el cálculo de esta derivada se superponen los efectos del ala y el estabilizador vertical tal como queda indicado en la expresión 4.619 de [5] (ecuación 3.91).

$$C_{n_r} = C_{n_r,v} + C_{n_r,w} \quad (3.91)$$

Los dos aportes se calculan por separado a continuación.

Aporte del ala, $C_{n_r,w}$ Se estimará según la relación 4.631 de [5], reescrita en 3.92

$$C_{n_r,w} = \left(\frac{C_{n_r}}{C_L^2} \right) C_L^2 + \left(\frac{C_{n_r}}{C_{D0}} \right) C_{D0} \quad (3.92)$$

donde $\left(\frac{C_{n_r}}{C_L^2} \right)$ y $\left(\frac{C_{n_r}}{C_{D0}} \right)$ vienen dados por las figuras 3.19 y 3.20 respectivamente.

Aporte del estabilizador vertical, $C_{n_r,v}$ El aporte del estabilizador es estimado mediante la ecuación 3.93, procedente de la relación 4.620 de [5].

$$C_{n_r} = \frac{2}{b_w^2} ((X_{AC,v} - X_{CG}) \cos \alpha + Z_{AC,v} \sin \alpha)^2 C_{y_{\beta},v} \quad (3.93)$$

3.3.3.3. C_{l_r}

Esta derivada es calculada como suma de los aportes del estabilizador vertical y el ala según se especifica en la expresión 4.600 de [5], reescrita en la ecuación 3.86.

$$C_{l_p} = C_{l_p,w} + C_{l_p,v} \quad (3.94)$$

Como calcular las dos aportaciones se detalla a continuación.

Aporte del ala, $C_{l_r,w}$ La ecuación 3.95, reproducida de la 4.613 de [5], detalla como llevar a cabo la estimación del aporte del ala a C_{l_p}

$$C_{l_r,w} = C_L \left(\frac{C_{l_r}}{C_L} \right)_{C_L=0,M} + \left(\frac{\Delta C_{l_r}}{\Gamma} \right) \Gamma \quad (3.95)$$

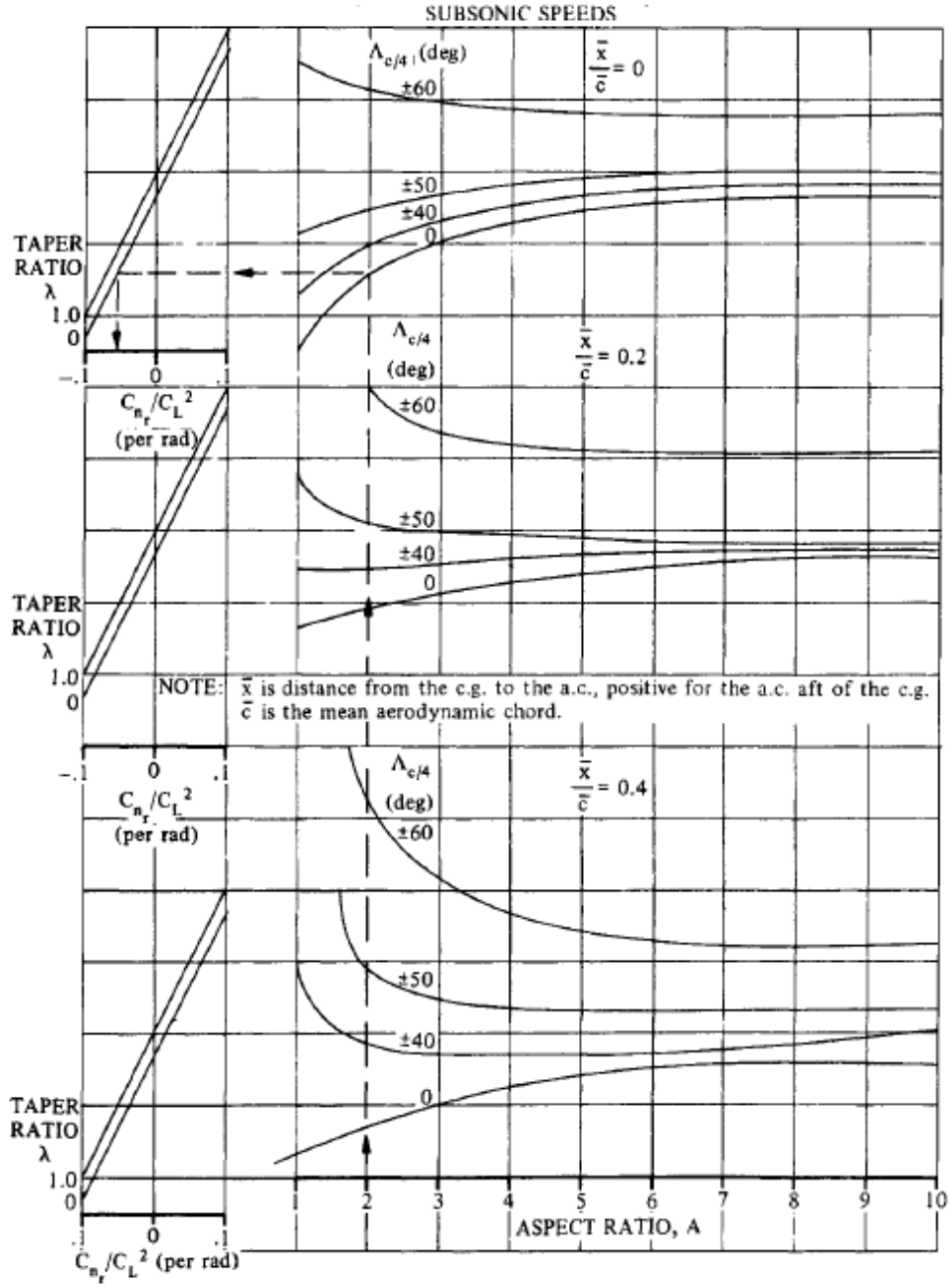


Figura 3.19: Low-Speed Drag-due-Lift Yaw-Damping Parameter. Fuente: [1]

donde Γ debe ser introducido en radianes, $\left(\frac{C_{l_r}}{C_L}\right)_{C_L=0,M}$ y $\left(\frac{\Delta C_{l_r}}{\Gamma}\right)$ se obtienen de las ecuaciones 3.96 y ??

$$\left(\frac{C_{l_r}}{C_L}\right)_{C_L=0,M} = \frac{T1}{T2} \left(\frac{C_{l_r}}{C_L}\right)_{C_L=0,M=0} \quad (3.96)$$

$$T1 = 1 + \frac{A_{w,e}(1 - B^2)}{2B(A_{w,e}B + 2 \cos \Lambda_{c/4,w})} + \left(\frac{A_{w,e}B + 2 \cos \Lambda_{c/4,w}}{A_{w,e}B + 4 \cos \Lambda_{c/4,w}}\right) \left(\frac{\tan^2 \Lambda_{c/4,w}}{8}\right) \quad (3.97)$$

$$T2 = 1 + \left(\frac{A_{w,e} + 2 \cos \Lambda_{c/4,w}}{A_{w,e} + 4 \cos \Lambda_{c/4,w}}\right) \left(\frac{\tan^2 \Lambda_{c/4,w}}{8}\right) \quad (3.98)$$

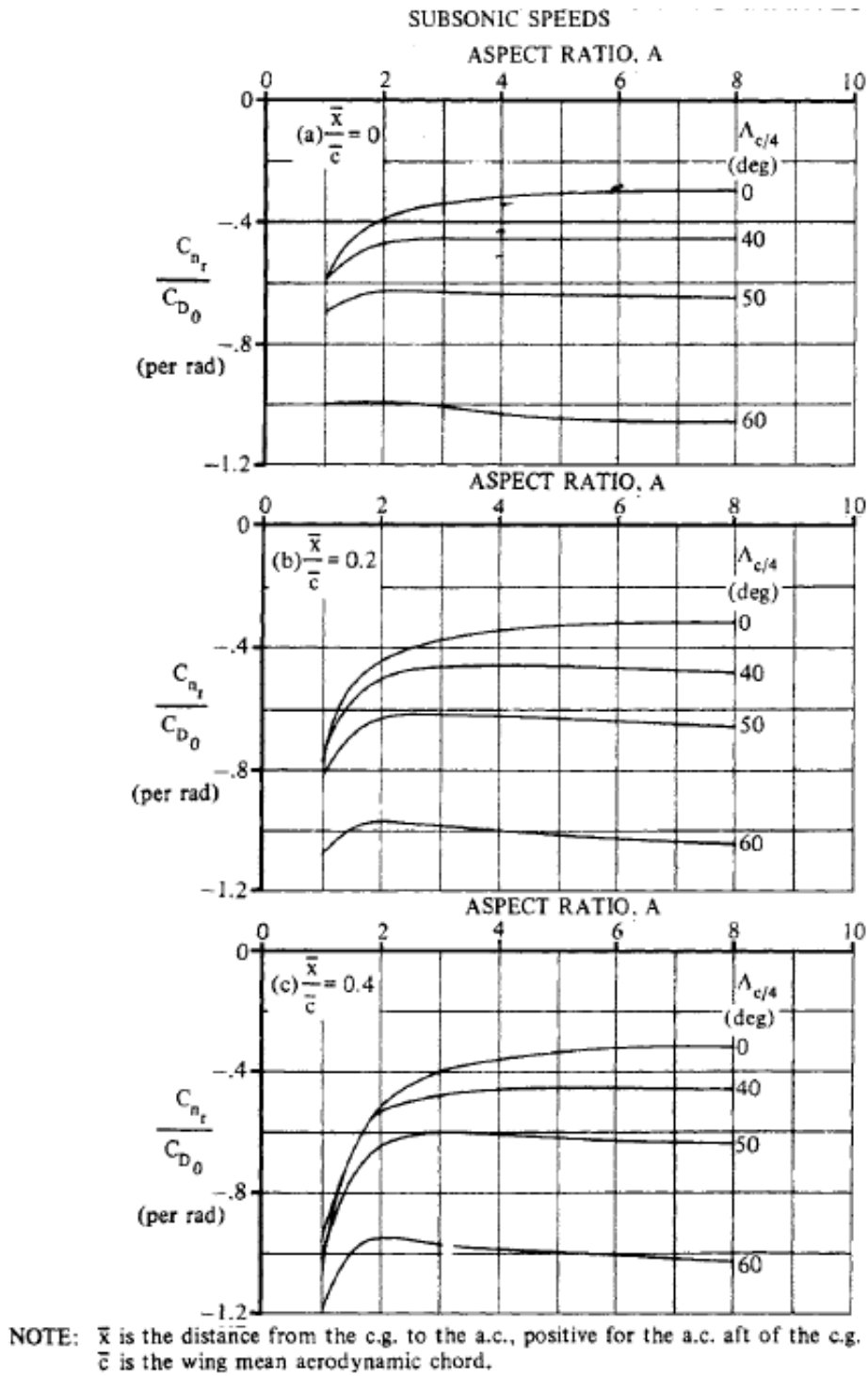


Figura 3.20: Low-Speed Profile-Drag Yaw-Damping Parameter. Fuente: [1]

y $\left(\frac{C_{l_r}}{C_L}\right)_{C_L=0, M=0}$ se obtiene de la figura 3.21 que tiene como parámetros de entrada $A_{w,e}$, λ_e y $\Lambda_{c/4,w}$

$$\left(\frac{\Delta C_{l_r}}{\Gamma}\right) = \frac{1}{12} \left(\frac{\pi A_{w,e} \sin \Lambda_{c/4,w}}{A_{w,e} + 4 \cos \Lambda_{c/4,w}} \right) \quad (3.99)$$

donde todos los datos necesarios son conocidos.

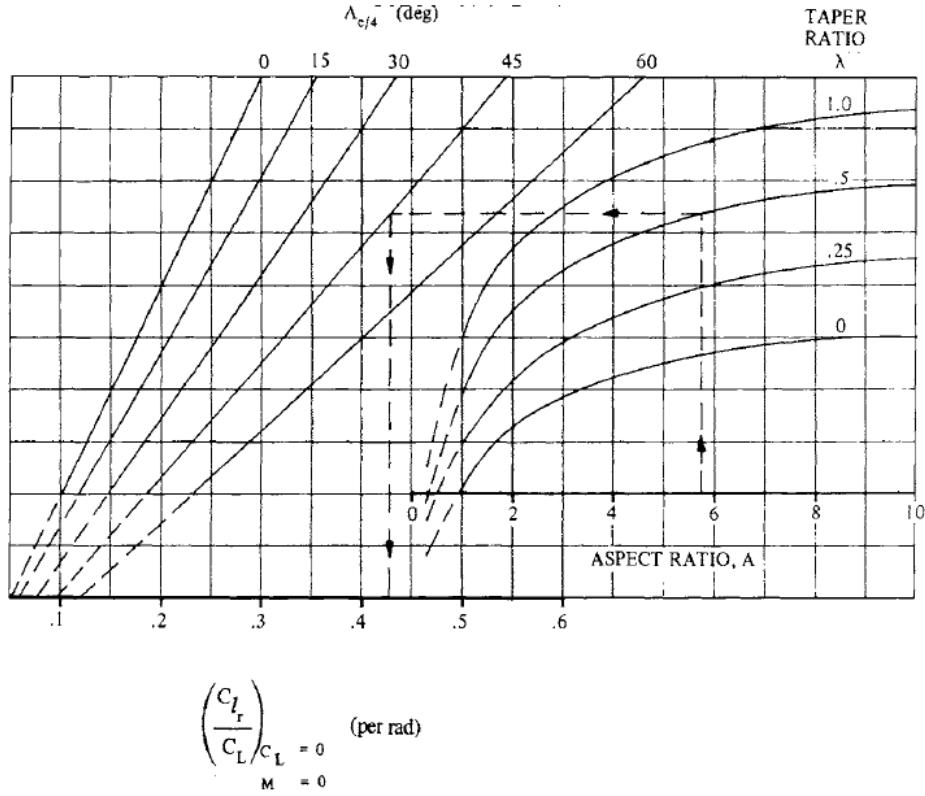


Figura 3.21: . Fuente: [5]

Aporte del estabilizador vertical, $C_{l_r,v}$ Para el aporte del estabilizador vertical se emplea la expresión 4.618 de [5], reescrita en 3.100

$$C_{l_r,v} = -\frac{2}{b_w^2} ((X_{AC,v} - X_{CG}) \cos \alpha + Z_{AC,v} \sin \alpha) (Z_{AC,v} \cos \alpha - (X_{AC,v} - X_{CG}) \sin \alpha) C_{y\beta,v} \quad (3.100)$$

donde todos los datos son conocidos.

3.3.4. Derivadas respecto a la variación del ángulo de resbalamiento, $\dot{\beta}$

Esta derivada tiene en cuenta los efectos que tiene sobre la aeronave la existencia de una tasa de variación del ángulo de resbalamiento. A continuación se presentan las distintas derivadas de estabilidad.

3.3.4.1. $C_{y\dot{\beta}}$

De acuerdo con [1] y [5], en régimen subsónico y a bajos ángulos de ataque, las contribuciones del ala y el fuselaje a esta derivada pueden ser considerados despreciables, siendo el aporte del estabilizador vertical el más importante. Para la estimación de esta derivada se va a seguir la sección 7.4.4.4 de [1], en concreto la ecuación 3.101

$$C_{y\dot{\beta}} = 2C_{L\alpha,v}\sigma_\beta \frac{S_v}{S_{ref}} \frac{(X_{AC,v} - X_{CG}) \cos \alpha + Z_{AC,v} \sin \alpha}{b_w} \quad (3.101)$$

donde σ_β viene dado por 3.102

$$\sigma_\beta = \sigma_{\beta_\alpha} \alpha + \sigma_{\beta_\Gamma} \Gamma + \sigma_{\beta_{WB}} \quad (3.102)$$

donde el ángulo de ataque α debe entrar en grados y el ángulo de diedro Γ en radianes. Los valores de los coeficientes σ_{β_α} , σ_{β_Γ} y $\sigma_{\beta_{WB}}$ se toman de una serie de tablas procedentes de [1] y que por su extensión se incluyen en el ??.

Una vez calculada la derivada $C_{y_{\dot{\beta}}}$, el resto de métodos hacen uso de esta para estimar el valor de $C_{n_{\dot{\beta}}}$ y $C_{l_{\dot{\beta}}}$.

3.3.4.2. $C_{n_{\dot{\beta}}}$

Para estimar esta derivada se emplea la ecuación 3.103 (expresión 4.635 de [5])

$$C_{n_{\dot{\beta}}} = -C_{y_{\dot{\beta}}} \left[\frac{Z_{AC,v} \sin \alpha - (X_{AC,v} - X_{CG}) \cos \alpha}{b_w} \right] \quad (3.103)$$

3.3.4.3. $C_{l_{\dot{\beta}}}$

Se sigue la expresión 4.634 de [5] que queda reproducida en la ecuación 3.104

$$C_{n_{\dot{\beta}}} = C_{y_{\dot{\beta}}} \left[\frac{Z_{AC,v} \cos \alpha - (X_{AC,v} - X_{CG}) \sin \alpha}{b_w} \right] \quad (3.104)$$

3.4. Derivadas de Control

Para las derivadas de control se han empleado los métodos tradicionales expuestos en [8] junto a los que se detallan en [9] y [5]

Capítulo 4

Descripción de ASPro

Como se ha citado en el capítulo 1, ASPro es un software con carácter académico destinado a proporcionar resultados de los parámetros de estabilidad de una aeronave una vez su geometría ha sido definida con suficiente nivel de detalle. Este capítulo del documento se centrará en describir la herramienta: las distintas interfaces, su funcionamiento y las relaciones entre los distintos módulos.

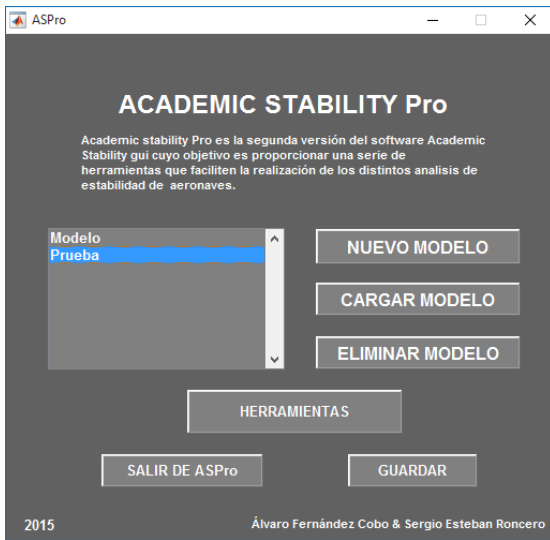
4.1. Aspectos generales

La interfaz de usuario ASPro ha sido programada empleando el entorno de desarrollo GUIDE (*Graphic User Interface Development Environment*) proporcionado por MATLAB. De esta forma, el software cuenta con una serie de interfaces relacionadas entre sí que serán ejecutadas en función de las acciones que el usuario lleve a cabo sobre los *User Interface Controls*, o lo que es lo mismo, los botones que se encuentran dispuestos sobre cada una de las interfaces.

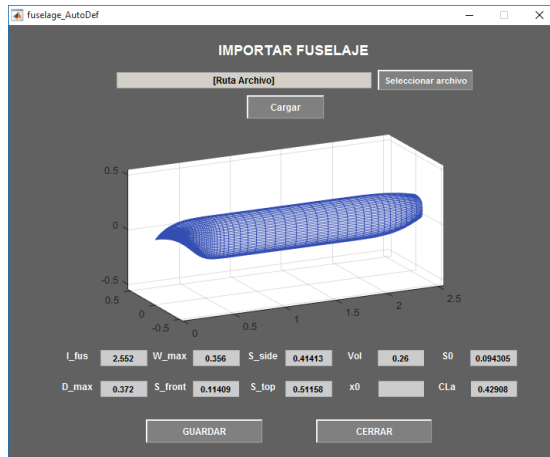
Dentro de ASPro se pueden encontrar 5 tipos de interfaces:

- **Inicio de la herramienta.** Es la ventana de presentación de ASPro donde se administran los modelos guardados, se inicia la creación de nuevos y se accede a las interfaces de diseño, edición y presentación de resultados. Figura 4.1a
- **Edición de datos de la aeronave.** Se trata de un conjunto de interfaces destinadas a la definición y edición de todas las características de la aeronave. Figura 4.1b
- **Selección de opciones.** Interfaces intermedias entre el la de inicio y las de edición, diseño y presentación de resultados. Figura 4.1c
- **Módulos de diseño.** A diferencia del resto, no requieren que un modelo este cargado para funcionar aunque es posible incorporar los datos de estos para ahorrar tiempo en la definición de las características necesarias para su funcionamiento. Figura 4.1d
- **Presentación de resultados.** Son las interfaces más sencillas donde, salvo la posibilidad de seleccionar alguna opción para la obtención de los resultados, solo contarán con campos de texto donde se muestren datos de salida de la herramienta.

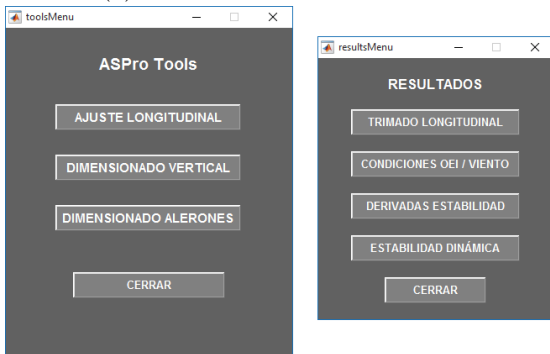
Además del código necesario para hacer funcionar correctamente las distintas interfaces y las interacciones entre estas, muchas de las ventanas, principalmente las de los módulos de diseño y presentación de resultados recurren a funciones externas programadas en MATLAB que llevan a cabo los distintos cálculos necesarios para arrojar los datos de salida requeridos en cada uno de los casos. Por tanto, ASPro esta basado por completo en MATLAB.



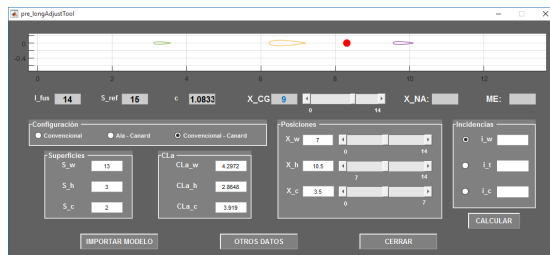
(a) Pantalla de inicio de ASPRO



(b) Ventana de edición del modelo



(c) Menús de opciones



(d) Modulo de diseño

Bajo todo el entorno gráfico descrito a grandes rasgos en los párrafos anteriores se encuentra programado un sistema de gestión de los datos del modelo que se encuentre cargado en cada momento. Toda la información del diseño se encuentra almacenada en una estructura en la que estarán embebidas otras estructuras para tener organizados los datos. Una vez editado y guardado el modelo, esta estructura es almacenada como archivo `.mat` con el nombre del diseño en un directorio destinado para ello.

En las secciones siguientes se llevará a cabo una descripción detallada de las distintas interfaces de la herramienta.

4.2. Ventana de inicio

Se trata de la primera ventana que el usuario ve al iniciar ASPRO. De inicio el usuario se encontrará con una configuración como la mostrada en la figura 4.2a. Tras cargar uno de los modelos disponibles la configuración cambiará a la que se muestra en la figura 4.2b, aparecerán dos nuevos botones que darán acceso a los menús edición y resultados.

A continuación se detallan las funcionalidades de cada uno de los controles distribuidos sobre la configuración completa del menú de inicio de acuerdo con la figura 4.3:

1. **Lista de modelos:** Aquí aparecen los nombres de todos los archivos `.mat` que se encuentren almacenados en directorio de figuras.



(a) Configuración de inicio

(b) Configuración tras cargar un modelo

Figura 4.2: Configuraciones del menú de inicio

2. **Opciones de gestión de modelos:** Dan al usuario la capacidad de crear nuevos modelos y cargar o eliminar los ya existentes.
3. **Botón de herramientas:** Da acceso al menú de herramientas de diseño de ASPro.
4. **Opciones del modelo:** Da acceso a los menús de edición del modelo y obtención de resultados.
5. **Botón de guardado:** Almacena los cambios realizados en el modelo sustituyendo el archivo .mat que se encontrase almacenado en el directorio de modelos.
6. **Botón de salida de ASPro:** Cierra la herramienta. Los cambios que no hayan sido guardados se perderán.



Figura 4.3: Menú de inicio de ASPro

Esta es la ventana principal que da acceso al resto de interfaces de la herramienta y en la figura ?? se muestra de forma esquemática las relaciones entre estas y el menú principal.

4.3. Edición de datos generales

A través de esta interfaz es posible acceder y modificar la información general del modelo que va desde el nombre del mismo a las condiciones atmosféricas en el régimen de crucero. A continuación, basada en la figura 4.4, se enumera las secciones de esta ventana de edición:

1. **Datos preliminares:** Datos esenciales del modelo para poder llevar a cabo su guardado ya que el archivo `.mat` tomará el nombre del modelo.
2. **Configuración general:** Permite seleccionar entre 3 tipos distintos de configuración de las superficies sustentadoras: tipo convencional (ala y estabilizador horizontal), tipo canard y tipo convencional+canard (ala, estabilizador horizontal y canard). La imagen de la derecha cambia en función del tipo de configuración seleccionada.
3. **Configuración del estabilizador vertical:** Permite seleccionar entre 2 tipos de disposiciones para el estabilizador vertical que incluyen la convencional y la *twin-vertical*, esta última mostrada en la figura 4.5.
4. **Polar de la aeronave:** Valores de los 3 coeficientes de la polar del diseño.
5. **Datos sobre condiciones de vuelo:** Introduciendo la altura de vuelo en unidades imperiales (*feet*) se calculan automáticamente la presión, densidad y temperatura del aire a esa altitud. Al introducir también el Mach de vuelo se obtienen la velocidad y la presión dinámica de la corriente incidente. Por último se pide la relación de pesos en un punto de interés de la operación de la aeronave.

generalData_edition

INFORMACIÓN GENERAL

Nombre modelo: Prueba MTOW (kg): 4119 S_ref (m²): 15

Configuración

☐ Convencional

☐ Ala + Canard

☐ Convencional + Canard

Configuración estabilizador vertical

☐ Convencional

☐ "Twin Vertical"

Polar de la aeronave

$C_D = C_{D0} + k1 \cdot C_L + k2 \cdot (C_L)^2$

k1: k2: C_D0:

h (ft): 20000 rho (kg/m³): 0.6527 T (K): 248.526 p (bar): 46564.7177

M_inf: 0.5 V_inf (m/s): 158.0173 q (bar): 16297.6512 W/W0:

CERRAR GUARDAR

Figura 4.4: Ventana de edición de información general

Figura 4.5: Aeronave Antonov 225 con configuración de estabilizador vertical *twin-vertical*

4.4. Edición de datos del ala

Las siguientes secciones describirán las interfaces de edición de las distintas superficies aerodinámicas del modelo: ala, estabilizadores vertical y horizontal y canard; mediante las cuales se introducen

y modifican los datos correspondientes a estos elementos: geometría y coeficientes aerodinámicos.

Con el objetivo de resultar más cómodo para el usuario y evitar en la medida de lo posible errores en la introducción de los valores, estas interfaces autocumplimentan algunos campos una vez se han introducido suficientes datos. Por ejemplo, una vez el usuario ha introducido los valores de superficie y envergadura, la relación de aspecto es calculada automáticamente.

Siguiendo la numeración de la figura 4.6 se va a proceder a describir los distintos elementos de esta ventana:

1. **Introducción de matriz de geometría:** La ventana de edición del ala ofrece la posibilidad de definir la geometría del ala empleando una matriz de 3 columnas y tantas filas como tramos del ala queramos definir más una correspondiente a la raíz de esta. La estructura de la matriz es la que se indica en la expresión 4.1.

$$\begin{bmatrix} \frac{y_1}{b/2} & \frac{x_{le}(y_1)}{c_r} & \frac{c(y_1)}{c_r} \\ \frac{y_2}{b/2} & \frac{x_{le}(y_2)}{c_r} & \frac{c(y_2)}{c_r} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{y_n}{b/2} & \frac{x_{le}(y_n)}{c_r} & \frac{c(y_n)}{c_r} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

2. **Representación en planta del ala:** Una vez proporcionada la matriz de geometría, la superficie y la envergadura, en esta gráfica se representa la forma en planta de la superficie definida.
3. **Datos de geometría:** Este panel se completa con los datos de geometría del ala. Se encuentra dividido en datos básicos y avanzados, los primeros son suficientes si el objetivo del usuario es llevar a cabo un análisis de estabilidad longitudinal empleando la herramienta. Para la obtención de resultados es necesario completar el panel de datos avanzados.
4. **Datos de los alerones:** Definen la geometría y disposición de las superficies de control lateral.
5. **Datos aerodinámicos:** En este panel recibe la información correspondiente a los coeficientes de sustentación del ala y del perfil, el coeficiente de momentos y la relación de presiones dinámicas.

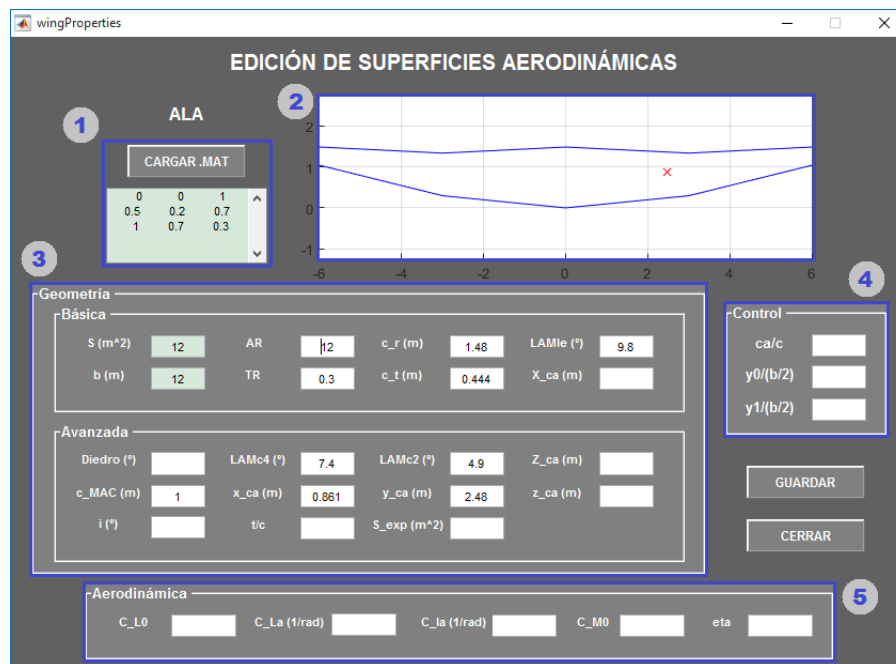


Figura 4.6: Ventana de edición de los datos del ala

4.5. Edición de datos del estabilizador horizontal y canard

Esta ventana es muy similar a la de datos de ala tal como se comentó en la sección anterior. Permite completar la información sobre el estabilizador horizontal en caso de que este exista en el diseño y el acceso a esta interfaz a través del menú de campos de edición será posible únicamente si la configuración del avión es *convencional* o *convencional+canard*.

Siguiendo la numeración presente en la figura 4.7 se va a proceder a describir cada una de las secciones de la interfaz:

1. **Introducción de matriz de geometría:** La ventana de edición del estabilizador horizontal/*canard* ofrece la posibilidad de definir la geometría del ala empleando una matriz de 3 columnas y tantas filas como tramos del ala queramos definir más una correspondiente a la raíz de esta. La estructura de la matriz es la que se indica en la expresión 4.1.
2. **Representación en planta del ala:** Una vez proporcionada la matriz de geometría, la superficie y la envergadura, en esta gráfica se representa la forma en planta de la superficie definida.
3. **Datos de geometría:** Este panel se completa con los datos de geometría del estabilizador horizontal/*canard*.
4. **Datos de la superficie móvil:** Definen la geometría y disposición de las superficies de control longitudinal.
5. **Datos aerodinámicos:** En este panel recibe la información correspondiente a los coeficientes de sustentación del estabilizador horizontal/*canard* y del perfil, el coeficiente de momentos y la relación de presiones dinámicas.



Figura 4.7: Ventana de edición de los datos del estabilizador horizontal

4.6. Edición de datos del fuselaje

El fuselaje es un elemento determinante en la estabilidad de la aeronave. No obstante, llevar a cabo una correcta modelización del mismo para tenerlo en cuenta en el cálculo de algunas derivadas de estabilidad puede ser complicado sino se cuenta con información suficiente del mismo. La interfaz de definición del fuselaje de ASPRO incorpora la funcionalidad de importar el fuselaje en un archivo `.dat` que contendrá los puntos que definen la superficie del mismo. De este archivo se obtiene la información que la herramienta requiere para proporcionar resultados.

En esta primera versión la actualización cuenta con soporte para estructuras de datos procedentes de del programa empleado por el Departamento de Aerodinámica, XFLR5.

En la figura 4.8 se muestra una captura de esta interfaz así como las distintas partes que nos encontramos en la misma, las cuales se detallan a continuación siguiendo la numeración especificada:

1. **Selección de archivo y carga:** Permite seleccionar el archivo que el usuario quiera cargar.
2. **Representación del fuselaje:** Una vez se cargado y procesado un archivo válido, se mostrará en esta ventana el mallado en tres dimensiones de la superficie del fuselaje.
3. **Datos y coeficientes del fuselaje:** Una vez cargado el archivo, se lleva a cabo un procesamiento del mismo para obtener los datos necesarios. Estos datos son plasmados en la interfaz y además pueden ser editados. Si no se cuenta con un archivo que defina la geometría del fuselaje estos datos pueden ser introducidos manualmente.

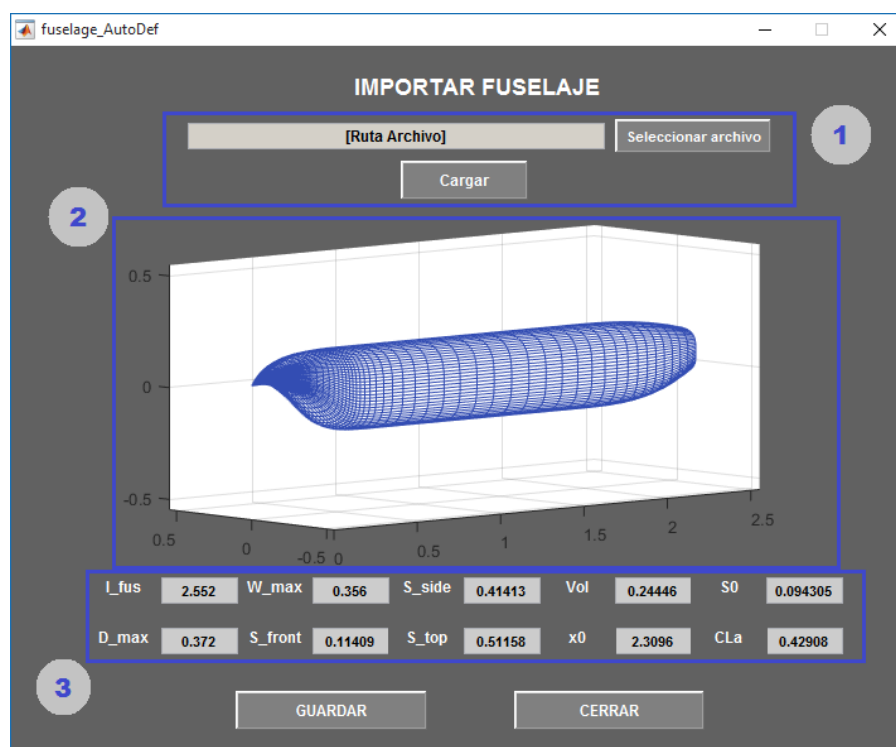


Figura 4.8: Ventana de edición de los datos del fuselaje

4.7. Herramienta de análisis de estabilidad longitudinal

En el proceso de diseño de la aeronave, el área de estabilidad debe encargarse de localizar las superficies aerodinámicas en el eje longitudinal de la aeronave. Este es un proceso en cierto modo complicado ya que requiere del trabajo conjunto, en mayor o menor medida, de prácticamente la totalidad de los departamentos.

Es por esto que **ASPro** incorpora una herramienta que asistirá al usuario en esta tarea, suponiendo una enorme relajación de la carga de trabajo de programación en este aspecto. Esta herramienta incorpora una serie de controles deslizantes y campos de texto con los que el usuario podrá interactuar para modificar las características de las distintas superficies, viendo en tiempo real como estas afectan a la localización del centro aerodinámico y al margen estático. Así mismo, es posible calcular las incidencias necesarias para tener un avión estable en un punto medio del crucero con ángulo de ataque nulo y sin necesidad de deflectar las superficies de control.

Definidas las características principales de la herramienta se procede a detallar la interfaz siguiendo la numeración especificada en la captura que se muestra en la figura 4.9.

1. **Vista gráfica de las posiciones:** En la parte superior de la interfaz están representadas las posiciones de las superficies seleccionadas que se van moviendo según el usuario edita la información.
2. **Datos básicos de geometría:** Se trata de información necesaria para llevar a cabo las adimensionalizaciones pertinentes, así como para fijar el máximo valor posible de la posición en el eje longitudinal.
3. **Selección de configuración:** Permite seleccionar la configuración general de las superficies aerodinámicas de la aeronave.

4. **Propiedades de las superficies:** Mediante estos dos paneles se fijan las características geométricas y aerodinámicas de las distintas superficies sustentadoras.
5. **Localización de las superficies:** Mediante los campos de texto editables y los controles deslizantes disponibles en este panel se modifican la posición de las superficies en el eje longitudinal.
6. **Incidencias de las superficies:** Se muestran los valores de las incidencias calculadas en grados. Estos campos no son editables por el usuario salvo cuando el avión dispone de tres superficies sustentadoras, en cuyo caso el valor de una de ellas debe ser fijado.
7. **Centros de la aeronave:** En estos tres campos se indican el centro de gravedad y aerodinámico de la aeronave, así como el margen estático. Se dispone de un campo de texto editable y un control deslizante para indicar la posición del centro de gravedad.
8. **Botones de carga y edición de modelo:** La herramienta incorpora la posibilidad de cargar un modelo existente en nuestra librería y editar otros campos del mismo que no se muestran directamente en la interfaz como pueden ser las condiciones de vuelo.

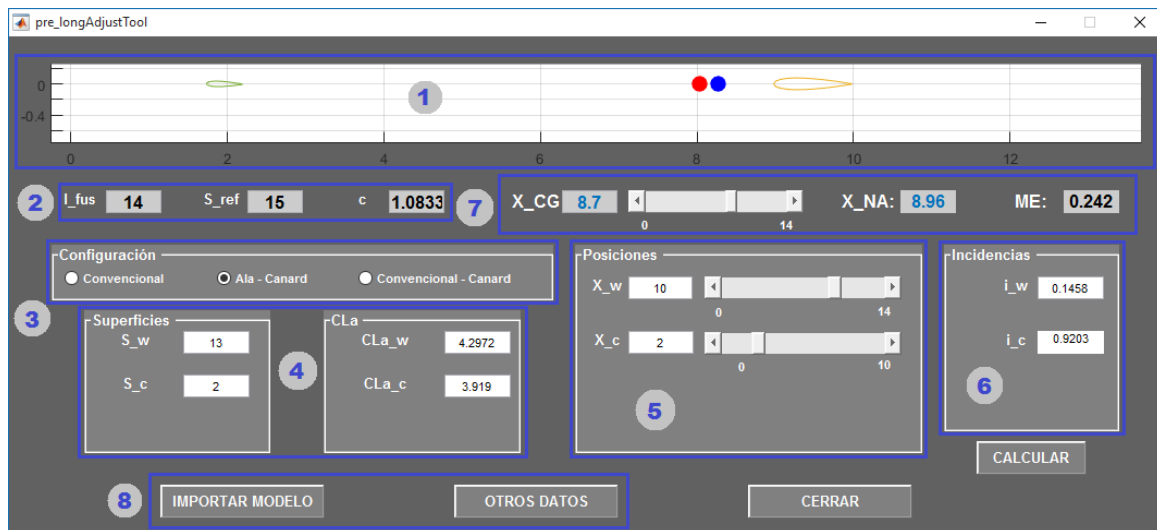


Figura 4.9: Ventana de la herramienta de análisis longitudinal

Una limitación con la que de momento cuenta esta herramienta es el hecho de que la modificación de las posiciones de las superficies no repercute en la posición del centro de gravedad, que debe ser modificado por el usuario. En consecuencia, el desempeño de esta tarea deba ser llevado a cabo en estrecha colaboración con el área de estructuras ya que tendrá que realimentar con las nuevas posiciones del centro de gravedad.

4.8. Módulo de dimensionamiento de estabilizador vertical

En las fases intermedias del diseño, tras dar los primeros pasos en lo que a estabilidad longitudinal se refiere, se aborda la estabilidad lateral-direccional que incluye la necesidad de llevar a cabo el diseño del estabilizador vertical de la aeronave y del timón de dirección. Este es un proceso delicado ya que es necesario alcanzar un equilibrio entre una potencia de control direccional suficiente y una pequeña sensibilidad de la aeronave a vuelos con un ángulo de deslizamiento, los cuales son objetivos contrapuestos.

En general, cualquier proceso de diseño consiste en un proceso iterativo por lo que será necesario desarrollar varias propuestas hasta alcanzar un diseño satisfactorio. A priori, y tal como estaba implementado en `AS.gui`, cada nuevo diseño requiere de un análisis en XFLR5 que proporcione los coeficientes aerodinámicos del mismo lo cual ralentiza mucho el proceso. Teniendo en cuenta esto, esta herramienta de diseño proporciona un método experimental basado en datos históricos para estimar el valor de la pendiente de sustentación. De esta forma, el usuario puede experimentar distintas propuestas hasta alcanzar un diseño apto que pasar al área de aerodinámica, que tras analizarlo en el software de simulación XFLR5 proporcionará una estimación más precisa de la pendiente de sustentación del mismo.

Concebida para asistir al usuario en este proceso está la herramienta de diseño del estabilizador vertical, que enfoca el dimensionamiento de la superficie a la satisfacción de las condiciones de fallo de un motor que imponen una potencia de control mínima necesaria. A continuación, siguiendo la numeración de la captura mostrada en la figura 4.10, se describen las distintas secciones de la interfaz.

1. **Datos generales:** Incluyen los datos necesarios para adimensionalizar, tanto geométricos como las condiciones de vuelo.
2. **Cálculo de $C_{n_{\delta_r}}$:** En este panel se introducen las características geométricas del vertical y de la superficie móvil para calcular la derivada de control $C_{n_{\delta_r}}$. Incluye la parte de cálculo de la pendiente de sustentación para lo cual es necesario especificar con cierto nivel de detalle algunos aspectos de la geometría de la aeronave.
3. **Cálculo del $C_{n_{\delta_r}}|_{req}$:** Panel en el que, a partir de unos ciertos datos geométricos y de propulsión se calcula la potencia de control requerida para mantener un vuelo estable de la aeronave en caso de fallo de motor.

En esta primera versión, esta herramienta de diseño únicamente contempla las condiciones de fallo de un motor. Una mejora muy conveniente en próximas versiones consistiría en incluir el análisis de las condiciones de viento cruzado.

Figura 4.10: Ventana de la herramienta de diseño de estabilizador vertical

4.9. Módulo de dimensionamiento de alerones

Así como se requiere dimensionar las superficies de control direccional, también es necesario dimensionar las superficies de control lateral o alerones. El único requerimiento que en un diseño conceptual se impone sobre estas superficies es el de contar con la potencia de control necesaria para alcanzar un ángulo de balance determinado en un tiempo dado, en definitiva, el diseño debe tener suficiente potencia de control para alcanzar una velocidad angular en balance dada que dependerá del tipo de aeronave del que se trate. El usuario tendrá que consultar la normativa que regula este aspecto para conocer la velocidad angular máxima de la que la aeronave debe disponer.

La potencia de control lateral viene determinada por la cantidad de superficie móvil dispuesta sobre el ala pero también por la distancia al eje longitudinal de la aeronave a la que se encuentra, por lo que se dispone de varios parámetros que ajustar para llegar a una solución adecuada, los cuales estarán disponibles en la herramienta desarrollada, cuya interfaz es la que se muestra en la figura 4.11, donde se tienen numeradas las distintas secciones que se describen a continuación.

1. **Definición de datos generales:** Se disponen una serie de campos para completar con la información general sobre la aeronave requerida por la interfaz.
2. **Cálculo de $C_{n_{\delta a}}$:** Panel en el que se introducen los datos específicos sobre las superficies de control que serán empleados en el cálculo de la potencia de control lateral disponible con el diseño introducido.

3. **Cálculo de $C_{n_{\delta_a}}|_{req}$** : En esta sección se introducirán la velocidad angular máxima con la que debe contar la aeronave así como deflexión máxima de los alerones. Con estos datos la interfaz lleva a cabo el cálculo de la potencia de control requerida.

Figura 4.11: Ventana de la herramienta de dimensionado de los alerones

4.10. Estructuración de los datos del modelo

Uno de los retos que ha presentado el desarrollo de la herramienta, y que en general presenta el desarrollo de cualquier software, ha sido el modo en el que se iba a organizar toda la información que **ASPro** requiere para la obtención de resultados así como los resultados arrojados por la herramienta. MATLAB cuenta con lo que se conoce como *structure array* o estructuras. Se trata de un tipo de dato que almacena datos relacionados entre si en contenedores llamados campos que a su vez pueden contener cualquier tipo de dato, incluida otra estructura.

Toda la información que el usuario introduce a través de las distintas interfaces de **ASPro** es organizada en *structure array* cuyos nombres hacen referencia al área al que pertenecen los datos con los que se rellenan los campos. Todas estas son incluidas en los campos de una estructura global correspondiente al modelo en cuestión junto con el nombre del modelo, la configuración de las superficies sustentadoras de este y la configuración del estabilizador vertical.

Algunas de las estructuras cuentan con una gran cantidad de campos por lo que se han empleado diagramas para proporcionar al lector una visión más clara y visual de la organización que se ha seguido en las distintas.

Se da comienzo visualizando los campos de la estructura más general, la correspondiente al modelo, la cual se muestra en el esquema de la figura 4.12.

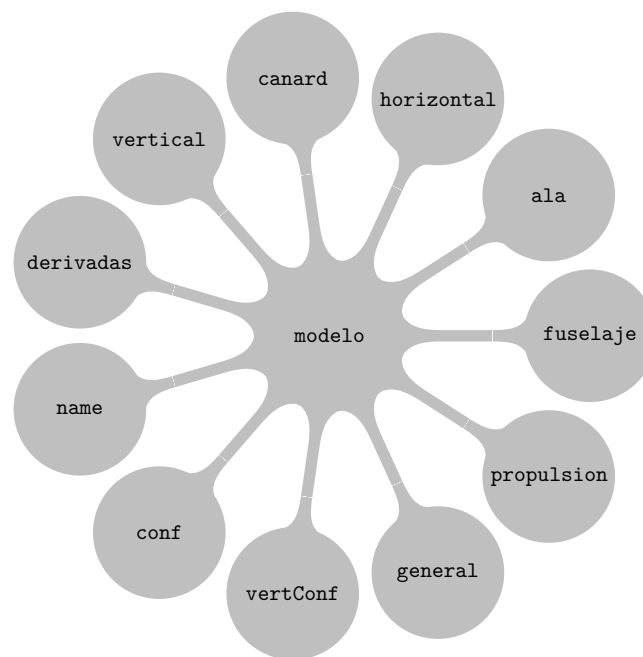


Figura 4.12: Campos de la estructura del modelo

Casi todos los campos del modelo tendrán embebidos otros campos donde se encuentran datos concretos y que, como se puede comprobar, están agrupados según los elementos o partes de la aeronave a las que corresponden. En la figura 4.13 se muestra la organización las subestructuras **general** (4.13a), **fuselaje** (4.13b) y **propulsión** (4.13c).

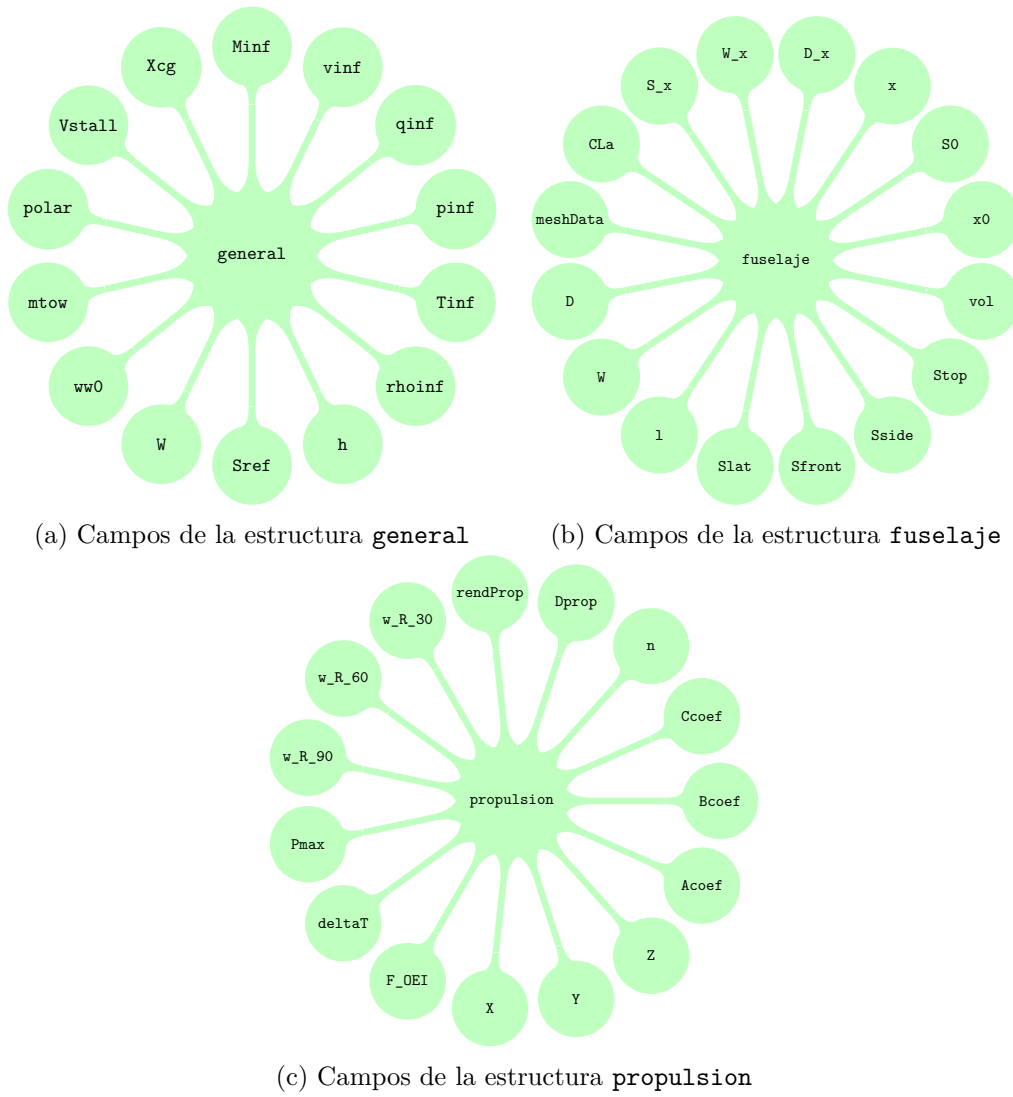


Figura 4.13: Campos de algunas de las estructuras del modelo

A continuación se tienen una serie de esquemas que representan la organización de las estructuras correspondientes a las superficies aerodinámicas, los cuales se muestran en la figura 4.14.

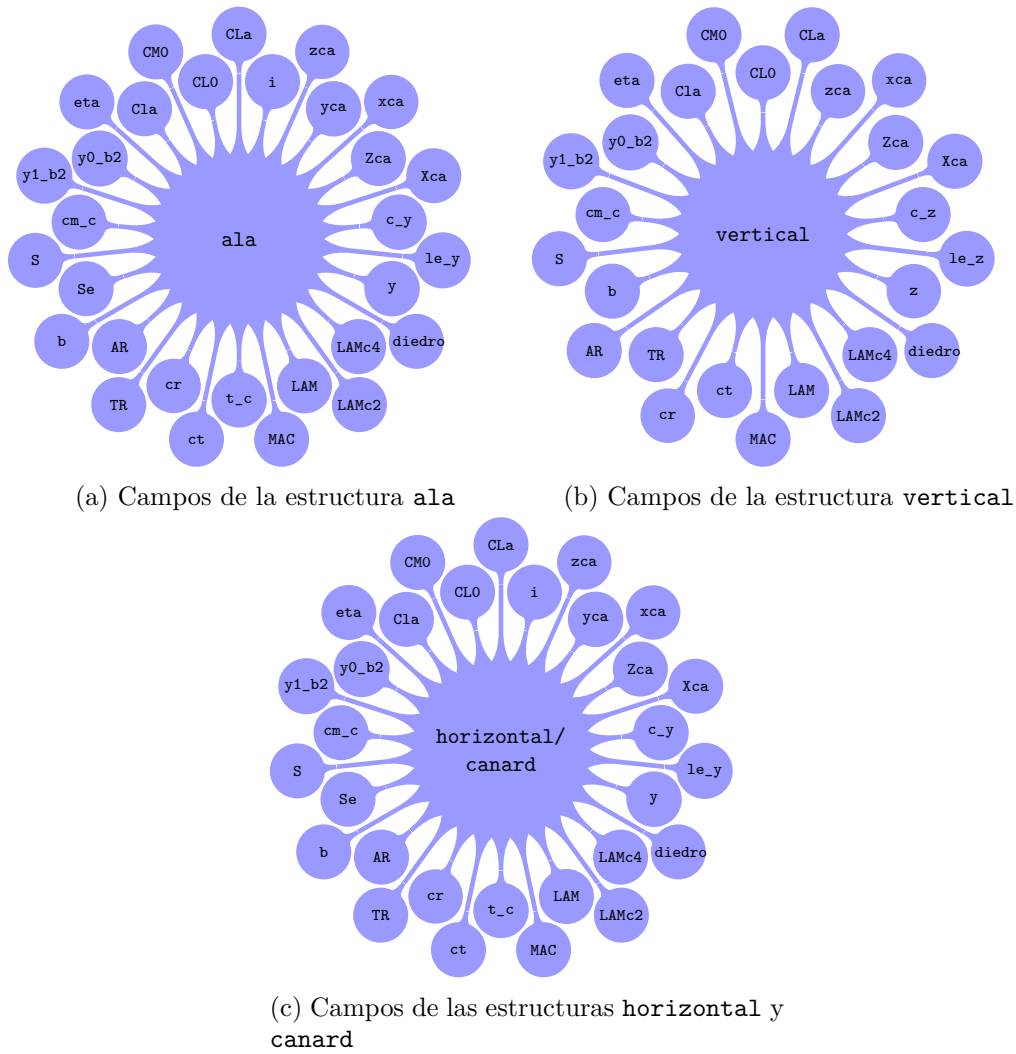
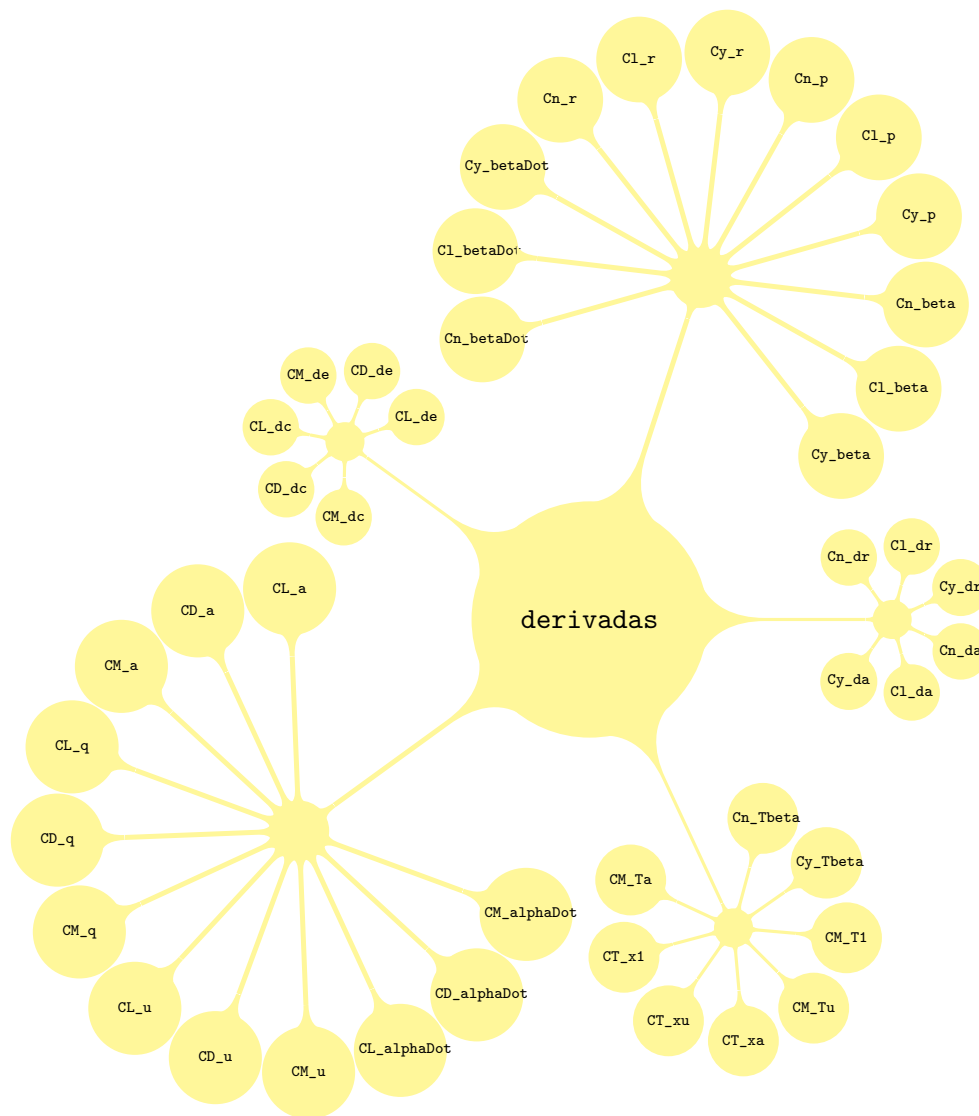


Figura 4.14: Estructuración de datos de superficies aerodinámicas

Finalmente, ya que se trata de la que contiene mayor cantidad de datos, se comenta la estructura **derivadas**, la cual contiene los resultados de las derivadas de estabilidad arrojados por **ASPro**. En el digrama de la figura 4.15 se esquematiza la estructura de los datos de esta estructura. Aunque todos ellos son campos de **derivadas**, se han agrupado en función de si se trata de derivadas longitudinales, laterales-direccionales o de control, para dotar de mayor claridad al esquema.

Figura 4.15: Campos de la estructura **derivadas**

Con esto quedan detallados todos los campos de datos que conforman cada uno de los modelos que el usuario cree en **ASPro**, así como las estructuras a las que cada uno de ellos pertenece.

4.11. Descripción del funcionamiento de ASPro

Detallado el modo en que la información es organizada dentro de **ASPro**, a continuación se explicará el uso para el cual ha sido desarrollada la herramienta. En el diagrama de flujo mostrado en la figura 4.16 se representan la secuencia de acciones que el usuario tendría que realizar en un supuesto estudio de estabilidad de una aeronave en desarrollo, de forma que el diseño final satisfaga los requerimientos impuestos o planteados.

Aunque no se muestra en el diagrama, antes de emplear la herramienta, el equipo de desarrollo debe realizar un primer diseño, lo que se conoce como "diseño en servilleta", donde se dimensiona a grandes rasgos la aeronave, se En primer lugar es necesario llevar a cabo la definición del modelo a través de una serie de interfaces localizadas en el "MÓDULO DE EDICIÓN", donde se introducirán

los datos geométricos, aerodinámicos que definen el modelo así como las condiciones de vuelo.

Como ayuda en la fase de definición del modelo, **ASPro** pone a disposición del usuario una serie de herramientas que ayudarán al usuario a realizar una serie de tareas propias de esta etapa como son localizar las superficies sustentadoras en el eje longitudinal de la aeronave, a dimensionar el estabilizador vertical y los alerones. Todas estas interfaces se encontrarían dentro de lo que en el diagrama se ha denominado "MÓDULO DE DISEÑO".

Por último, una vez el modelo esta definido con suficiente nivel de detalle, es posible acceder al "MÓDULO DE RESULTADOS" que cuenta con potencial para calcular el trimado longitudinal de la aeronave durante el crucero, resolver el problema de fallo de motor y viento cruzado, obtener las derivadas de estabilidad y control y proporcionar un análisis de la estabilidad dinámica de la aeronave.

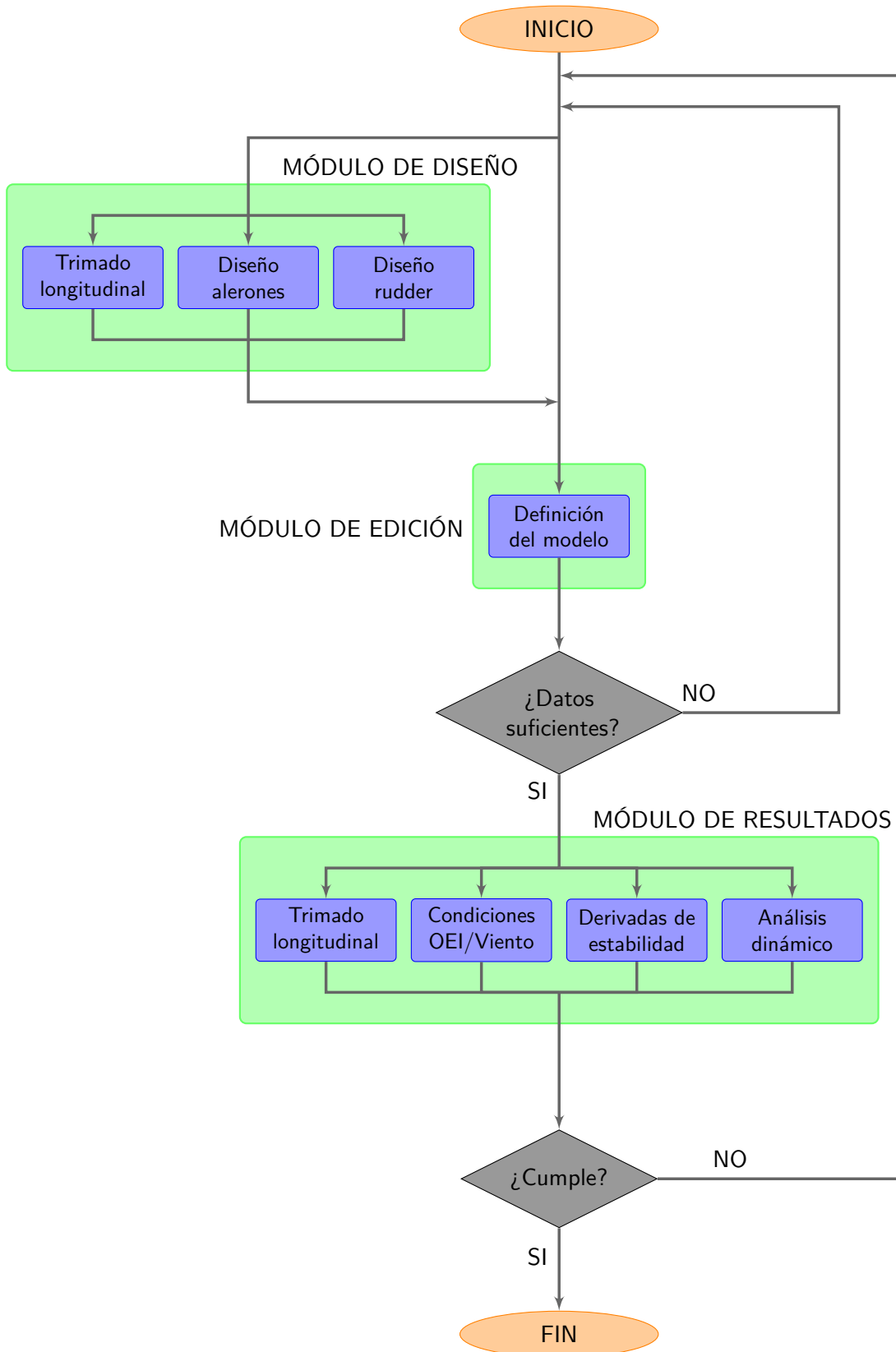


Figura 4.16: Diagrama de flujo de ASPro

Capítulo 5

Comentarios finales

En este capítulo se presentan las conclusiones extraídas a partir del esfuerzo que ha supuesto el desarrollo de la herramienta **ASPro** ya que sin duda ha sido una experiencia totalmente novedosa y que se encuentra más enmarcada dentro de las competencias de un Ingeniero de Software. Así mismo, se enumeran algunas posibles líneas de mejora y desarrollo que se podrían seguir para próximas actualizaciones de la misma.

5.1. Conclusiones

Como se comentó en la introducción del documento, capítulo 1, la ambición de este Trabajo de Fin de Grado ha sido mejorar algunos de los puntos débiles de la herramienta original AS.gui tras la experiencia con esta última en la asignatura de Cálculo de Aeronaves.

- **Digitalización de gráficas.** Se ha eliminado la necesidad de introducir manualmente los coeficientes procedentes de tablas que dependen de la geometría del diseño. En este sentido, la anterior herramienta dificultaba la realización de iteraciones del diseño ya que cuando cambiaba algún dato de la geometría era frecuente que también variara el valor de algunos coeficientes que el usuario tenía que volver a introducir. La herramienta actual lleva a cabo esa actualización de los coeficientes, disminuyendo la probabilidad de cometer errores por parte del usuario.
- **Desarrollo de módulo de diseño.** Este es un aspecto totalmente novedoso de **ASPro**. Han sido desarrolladas una serie de herramientas pensadas para asistir al usuario en algunas de las tareas de diseño de la aeronave. Tales herramientas han sido descritas en el capítulo 4. La existencia de este módulo facilita muchísimo las labores de diseño, especialmente en lo que se refiere a localización de las superficies sustentadoras en el eje longitudinal de la aeronave.
- **Documentación de métodos empleados.** En este sentido este proyecto también ha tenido como objetivo documentar todos los códigos que se han elaborado, indicando la procedencia de las expresiones empleadas. Así mismo, en el capítulo 4, además de encontrarse todas las expresiones empleadas en el cálculo de las derivadas de estabilidad, se tienen continuas referencias a la bibliografía de la cual han sido extraídas.
- **Mejora de la versatilidad de los modelos.** El sistema de almacenamiento de los modelos ha cambiado radicalmente para mejorar la portabilidad entre versiones y equipos. De esta forma, todos los modelos creados se guardan en un directorio como archivos **.mat** conteniendo las estructuras del modelo. Estos archivos son completamente exportables a equipos de otros usuarios e incluso pueden ser modificados los datos contenidos en los mismos de forma "manual".

- **Mejora de la experiencia de usuario.** Tras el empleo de AS.gui, entre los objetivos planteados se encontraban mejorar algunos aspectos de la interfaz de forma que esta fuera más amigable, visualmente atractiva y que contara con mayor interacción con el usuario. En este sentido ha cambiado radicalmente la estética y se han incluido distintas ventanas de diálogo que surgen, por ejemplo, cuando el usuario no ha guardado los últimos cambios realizados. Asimismo, se han incluido distintos gráficos que muestran, por ejemplo, un mallado de la superficie del fuselaje tras importar los datos de XFLR5 o una representación de la forma en planta de las superficies sustentadoras según los datos introducidos.

Como comentarios personales del autor, señalar los siguientes:

- En primer lugar, tal como se comenta al principio del capítulo, la materialización de este proyecto ha sido una experiencia totalmente novedosa. No se trata simplemente de programar unas líneas de código que funcionen correctamente, sino de diseñar una interfaz gráfica de usuario completa dirigida a otras personas, por lo que no basta con pensar en el aspecto funcional sino que a la vez es necesario cuidar el carácter intuitivo de la misma y tratar de que esta ofrezca una experiencia de uso agradable. En este sentido la realización de este Trabajo de Fin de Grado ha sido muy enriquecedora.
- En segundo lugar, ya que el desarrollo la interfaz gráfica de ASPro se ha llevado a cabo mediante el entorno proporcionado por MATLAB para este propósito, GUI. Fue necesario adquirir primero unos conocimientos básicos sobre como trabajar en este entorno, que luego se han visto incrementados a medida que ha avanzado el proyecto. Esto unido a la mejora general del nivel de programación que ha supuesto la realización de este Trabajo de Fin de Grado son puntos que merecen ser mencionados aquí como muy positivos, dada la importancia que MATLAB tiene hoy día en el ámbito ingenieril.

5.2. Líneas de trabajo

Como no, a pesar de que esta nueva versión de la herramienta supone un avance muy importante respecto a la anterior, no es carente de posibles líneas de desarrollo que hagan que esta evolucione aún más y se convierta en una herramienta realmente potente. A continuación se mencionan algunas:

- A día de hoy, la herramienta esta programada para importar datos del fuselaje procedentes de XFLR5. Sería muy interesante mejorar la versatilidad de la herramienta en este aspecto para que fuera posible incorporar estos datos procedentes de otros software como puede ser un programa de diseño: CATIA, Solidworks, SolidEdge, etc.
- Actualmente, es el usuario el que, de una forma u otra, debe introducir los datos de las superficies sustentadoras. De la misma forma que se pueden importar los archivos del fuselaje procedentes de XFLR5, también sería muy interesante incorporar la posibilidad de importar archivos de superficies sustentadoras de forma que fuera la herramienta la que automáticamente procesara los datos y completara la información de la superficie introducida.
- Los tipos de configuraciones para los que la herramienta está desarrollada son bastante limitadas. La ampliación de estas posibilidades podría ser una posible mejora aunque podría contar con ciertas dificultades ya que al fin y al cabo lo que se realizan son estimaciones mediante métodos que históricamente han proporcionado buenos resultados para ciertas configuraciones.
- Casi todos los métodos empleados en la estimación de derivadas de estabilidad son únicamente válidos en regímenes de vuelo subsónicos. Ampliar el potencial de la herramienta para que fuese capaz de abordar el régimen supersónico merece ser una línea a considerar.

- Consideración del efecto de la hélice sobre el flujo del ala en función de la configuración del motor (*tractor - pusher*).

Anexos

Anexo A

Atmósfera ISA

El modelo de atmósfera proporciona la temperatura, la presión y la densidad del aire en función de la altitud. Se resumen a continuación las funciones mencionadas para el modelo ISA, basadas en la hipótesis de considerar el aire como un gas perfecto.

- En la troposfera, esto es, para $0 < h < h_{11}$, siendo $h_{11} = 11000\text{m}$ la altitud de la tropopausa, se tiene

$$\Theta = \Theta_0 - \alpha_T h \quad (\text{A.1})$$

$$p = p_0 \left(1 - \frac{\alpha_T h}{\Theta_0} \right)^{\frac{g}{R_a \alpha_T}} \quad (\text{A.2})$$

$$\rho = \rho_0 \left(1 - \frac{\alpha_T h}{\Theta_0} \right)^{\frac{g}{R_a \alpha_T} - 1} \quad (\text{A.3})$$

donde los valores al nivel del mar son $\Theta_0 = 288,15\text{K}$, $p_0 = 1,01325 \cdot 10^5 \text{N/m}^2$ y $\rho_0 = 1,225 \text{kg/m}^3$, $\alpha_T = 6,5 \cdot 10^{-3} \text{K/m}$ y $R_a = 287,05 \text{J/(kg} \cdot \text{K)}$ es la constante del aire. Además, $g = 9,80665 \text{m/s}^2$.

- En la estratosfera (en la parte baja de la misma), para $h > h_{11}$, se tiene

$$\Theta = \Theta_0 \quad (\text{A.4})$$

$$p = p_{11} e^{\left(-\frac{g(h-h_{11})}{R_a \Theta_{11}} \right)} \quad (\text{A.5})$$

$$\rho = \rho_{11} e^{\left(-\frac{g(h-h_{11})}{R_a \Theta_{11}} \right)} \quad (\text{A.6})$$

donde los valores en la tropopausa son $\Theta_{11} = 216,65\text{K}$, $p_{11} = 0,22632 \cdot 10^5 \text{N/m}^2$ y $\rho_{11} = 0,3639 \text{kg/m}^3$.

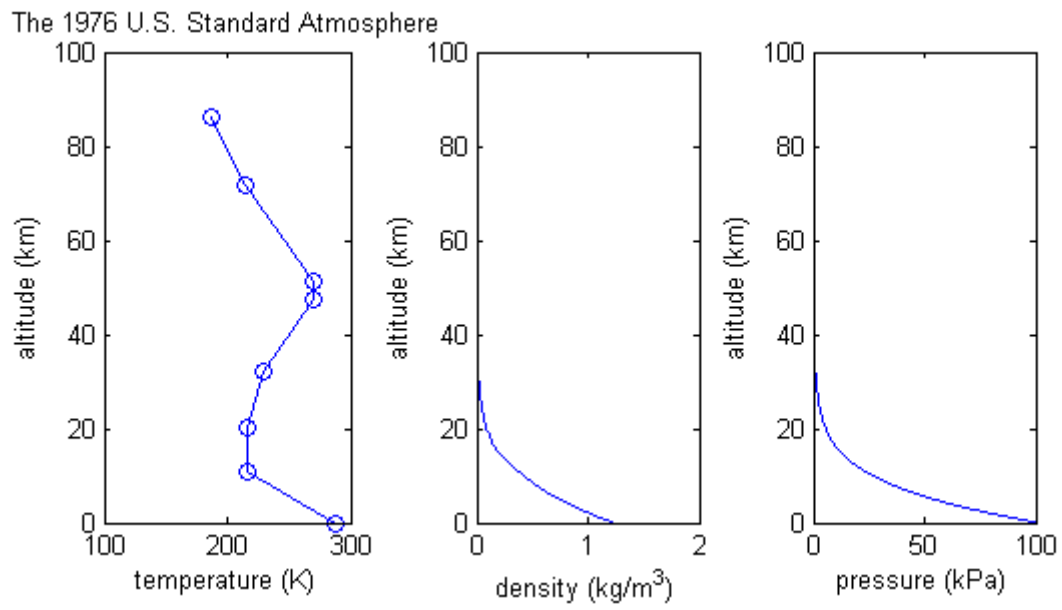


Figura A.1: Variación de la temperatura, presión y densidad del aire con la altitud según el modelo de atmósfera ISA

Anexo B

Criterios de estabilidad estática

La estabilidad estática se define como la tendencia de un avión a desarrollar fuerzas y momentos que directamente se opongan a una perturbación instantánea de una variable del movimiento para regresar así a la condición de equilibrio.

Los criterios de estabilidad estática se recogen en la siguiente tabla (consultar referencia [10]):

Table 4.1 Criteria for Static Stability of Airplanes									
Perturbed Variables									
Forces and moments	u	v	w	$\beta = \frac{v}{U_1}$	$\alpha = \frac{w}{U_1}$	p	q	r	
$F_{A_x} + F_{T_x}$	$\frac{\partial(F_{A_x} + F_{T_x})}{\partial u} < 0$ $\approx C_{D_u} > 0$								
$F_{A_y} + F_{T_y}$		$\frac{\partial(F_{A_y} + F_{T_y})}{\partial v} < 0$ $\approx C_{y_\beta} < 0$							
$F_{A_z} + F_{T_z}$			$\frac{\partial(F_{A_z} + F_{T_z})}{\partial w} < 0$ $\approx C_{L_w} > 0$						
$L_A + L_T$				$\frac{\partial(L_A + L_T)}{\partial \beta} < 0$ $\approx C_{l_\beta} < 0$		$\frac{\partial(L_A + L_T)}{\partial p} < 0$ $\approx C_{l_p} < 0$			
$M_A + M_T$	$\frac{\partial(M_A + M_T)}{\partial u} > 0$ $\approx C_{m_u} > 0$				$\frac{\partial(M_A + M_T)}{\partial \alpha} > 0$ $\approx C_{m_\alpha} < 0$		$\frac{\partial(M_A + M_T)}{\partial q} < 0$ $\approx C_{m_q} < 0$		
$N_A + N_T$				$\frac{\partial(N_A + N_T)}{\partial \beta} > 0$ $\approx C_{n_\beta} > 0$				$\frac{\partial(N_A + N_T)}{\partial r} < 0$ $\approx C_{n_r} < 0$	
Notes: 1. All perturbations are taken relative to a steady state: $U_1, V_1, W_1, P_1, Q_1, R_1$ 2. Blanks in the table indicate that there is no stability consequence									

Figura B.1: Criterios de estabilidad estática. Fuente: [10])

Anexo C

Coeficientes para estimación de $C_{y\dot{\beta}}$

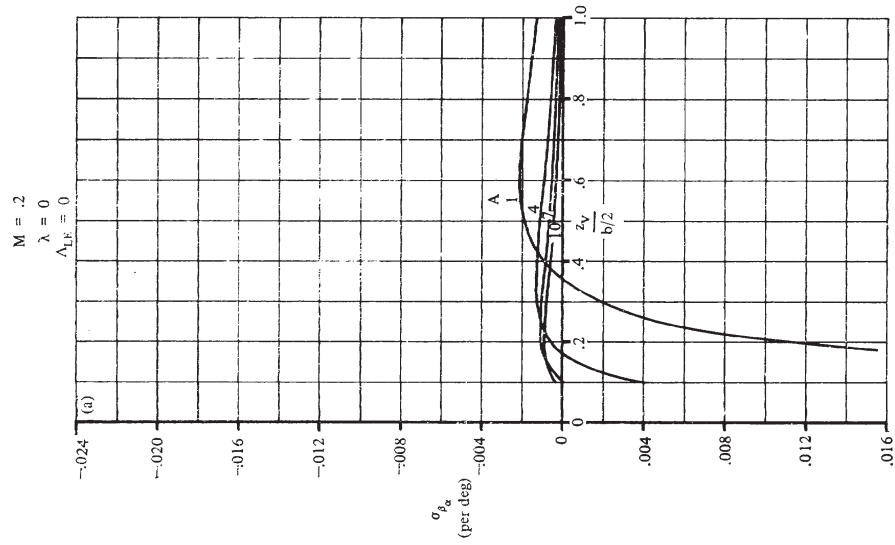


FIGURE 7.4.4-6 SIDEWASH CONTRIBUTION DUE TO ANGLE OF ATTACK
7.4.4-6

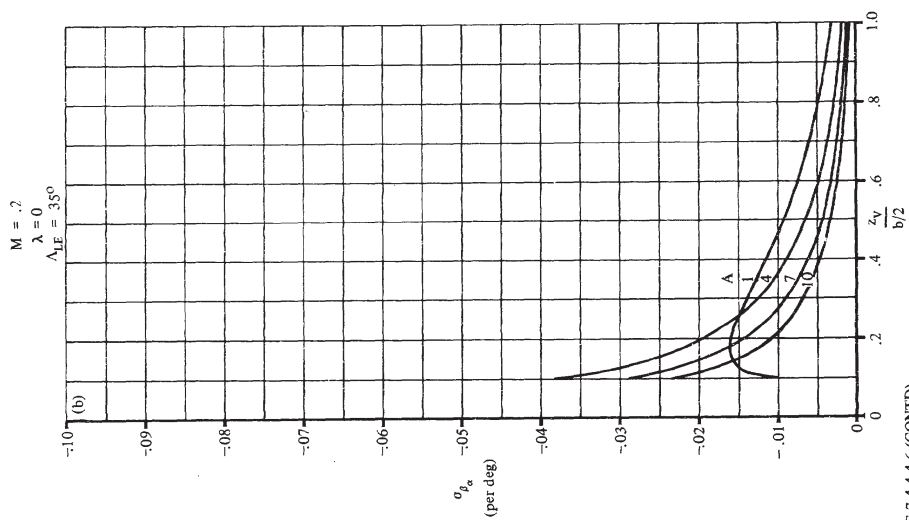


FIGURE 7.4.4-6 (CONTD)

7.4.4-7

$M = .2$
 $\lambda = .25$
 $\Lambda_{LE} = 0$

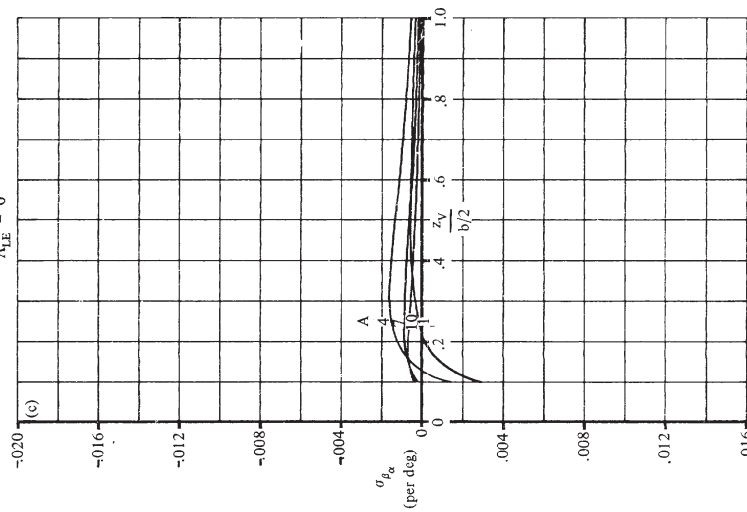


FIGURE 7.4.4.6 (CONTD)

7.4.4.4.8

$M = .2$
 $\lambda = .25$
 $\Lambda_{LE} = 35^\circ$

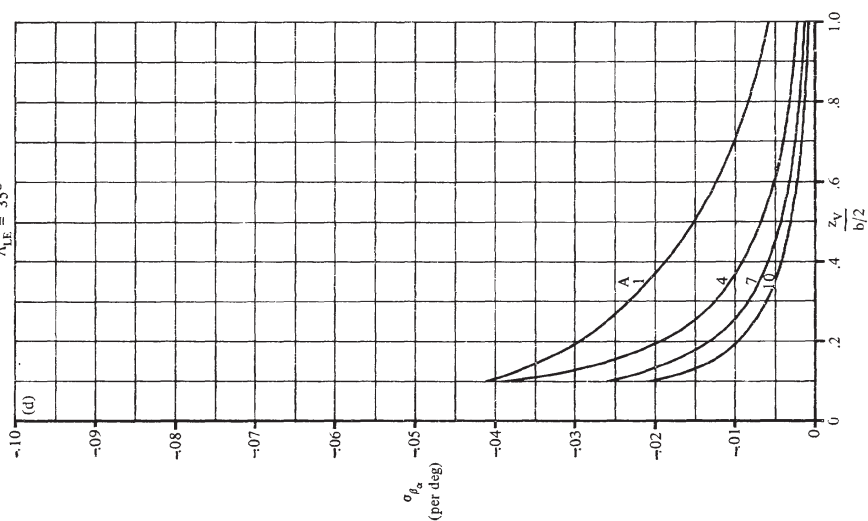


FIGURE 7.4.4.6 (CONTD)

7.4.4.4.9

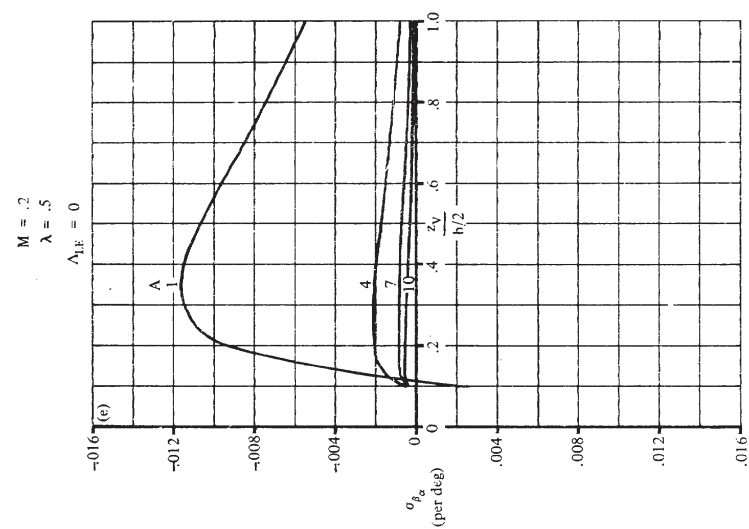


FIGURE 7.4.4-6 (CONT'D)

7.4.4.4-10

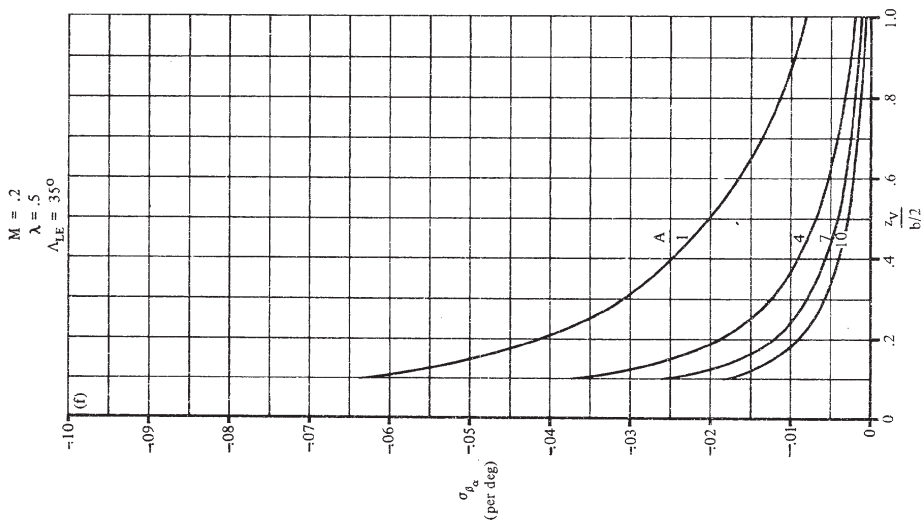


FIGURE 7.4.4-6 (CONT'D)

7.4.4.4-11

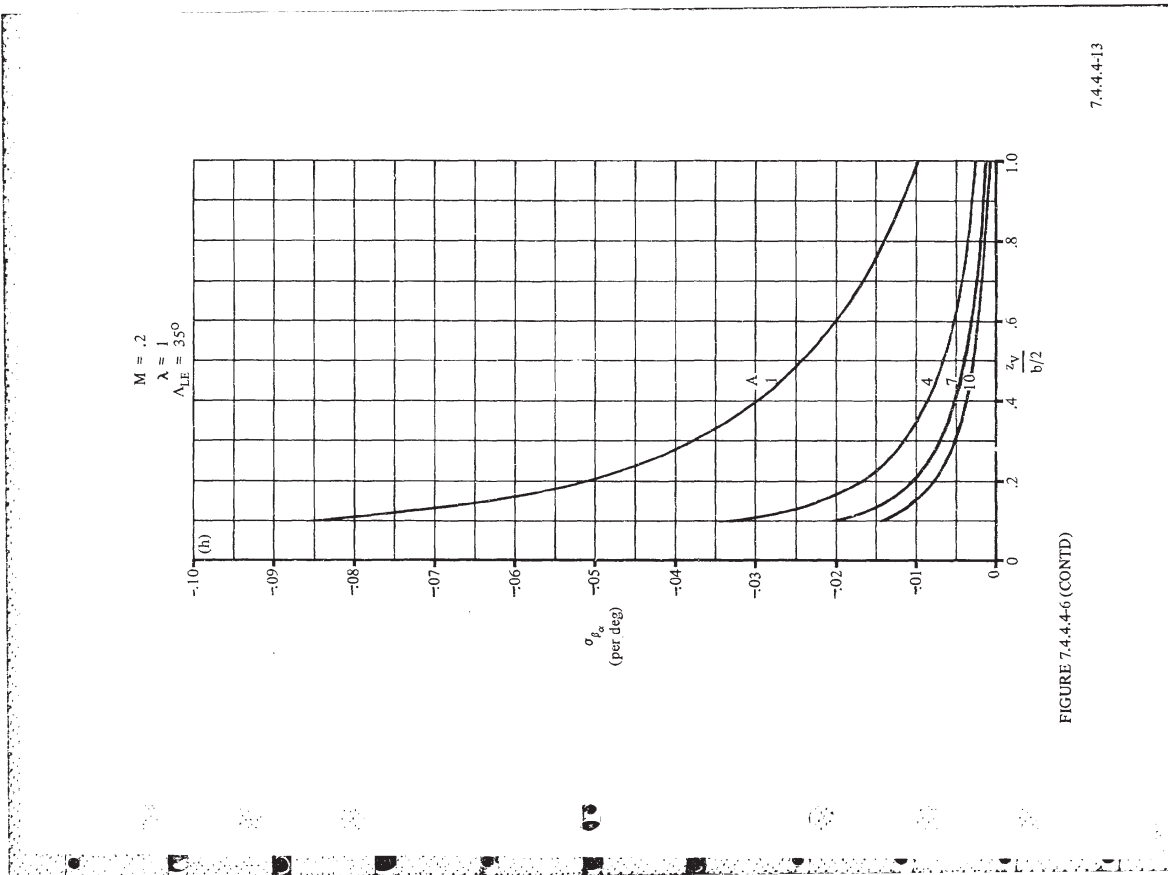


FIGURE 7.4.4.4-6 (CONT'D)

7.4.4.4-13

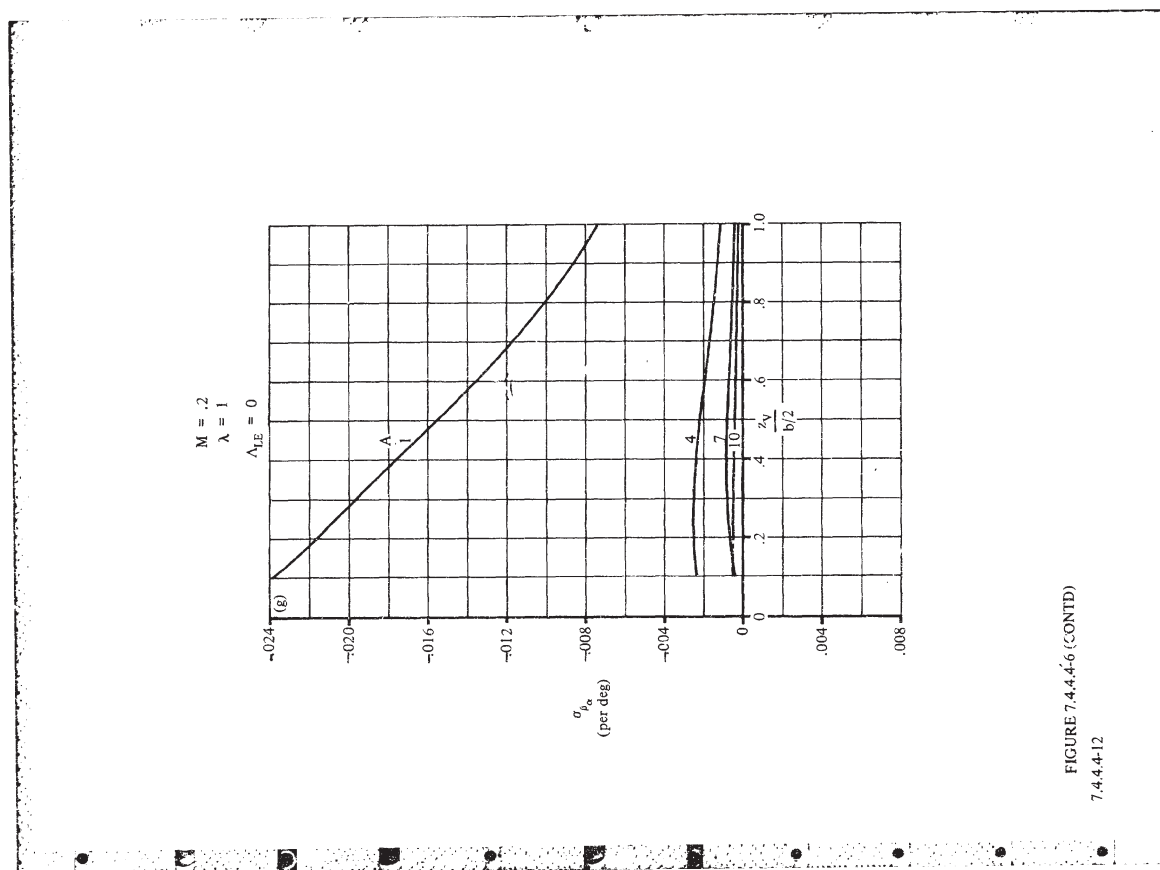
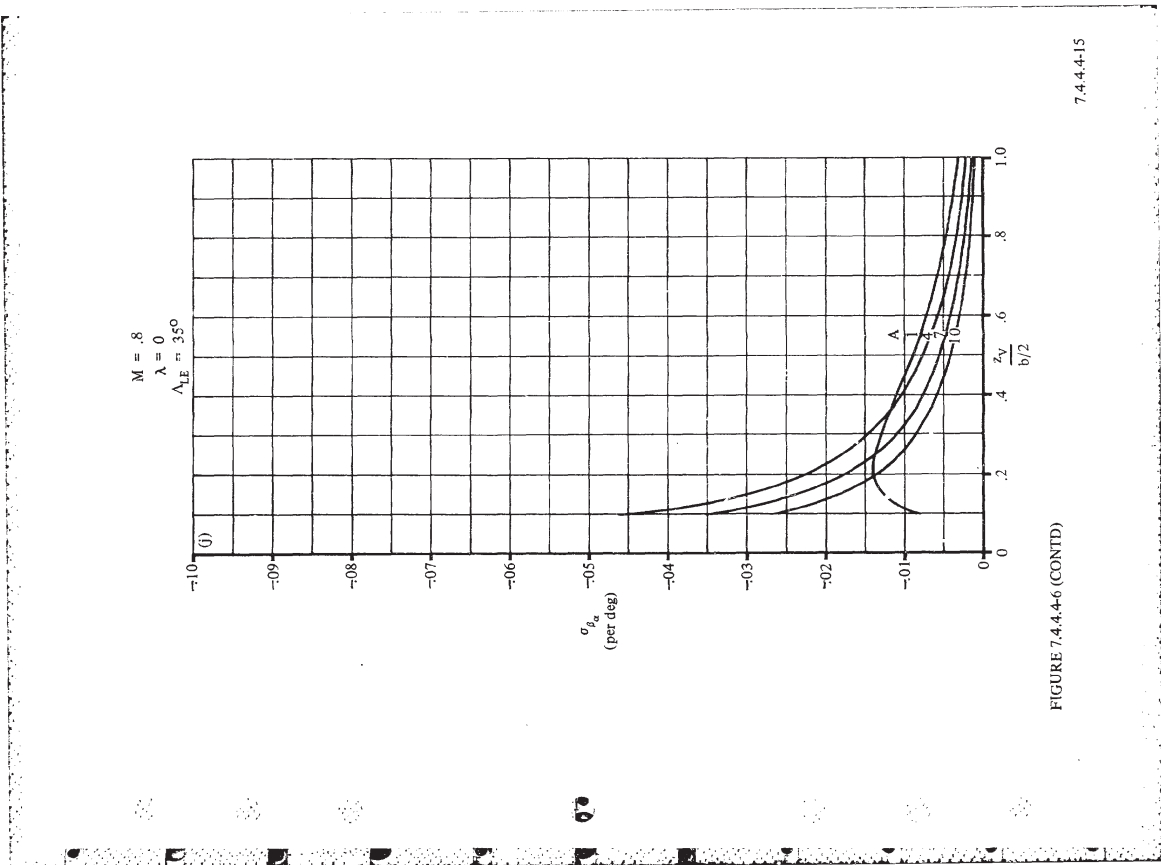
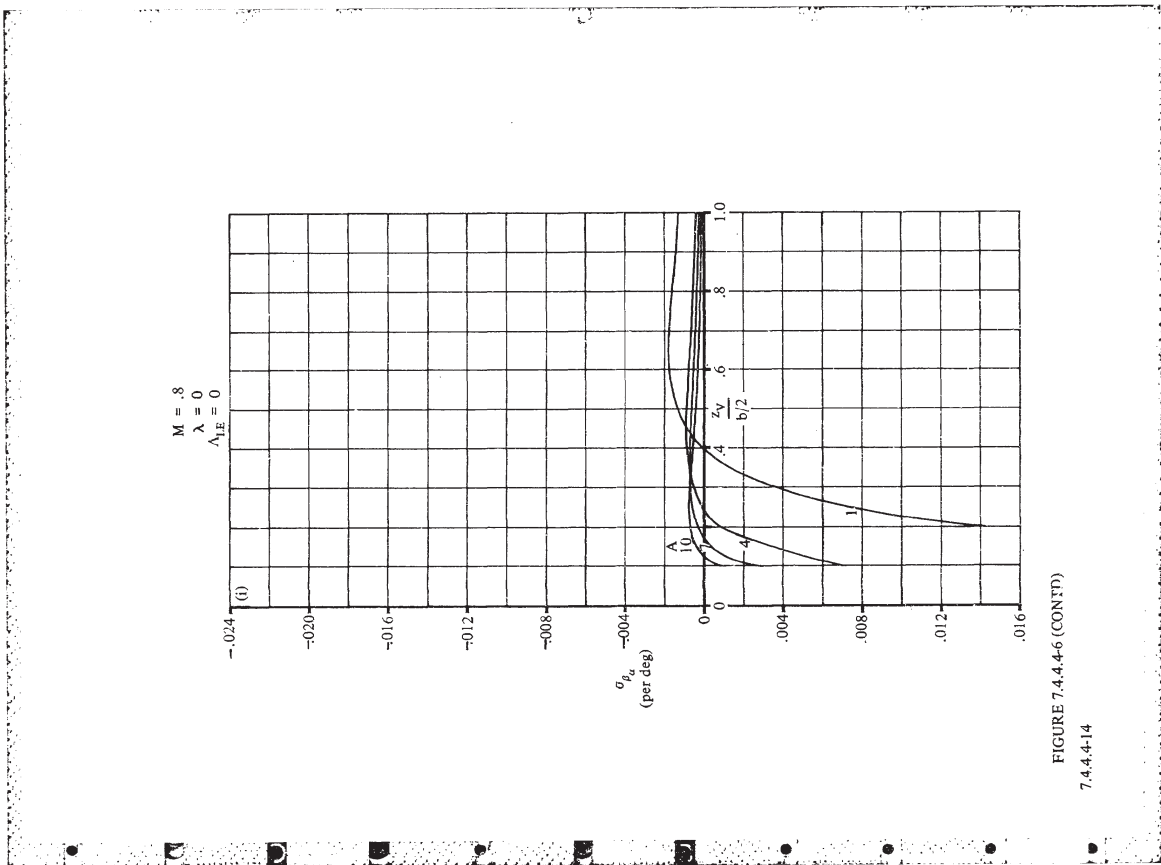


FIGURE 7.4.4.4-6 (CONT'D)

7.4.4.4-12



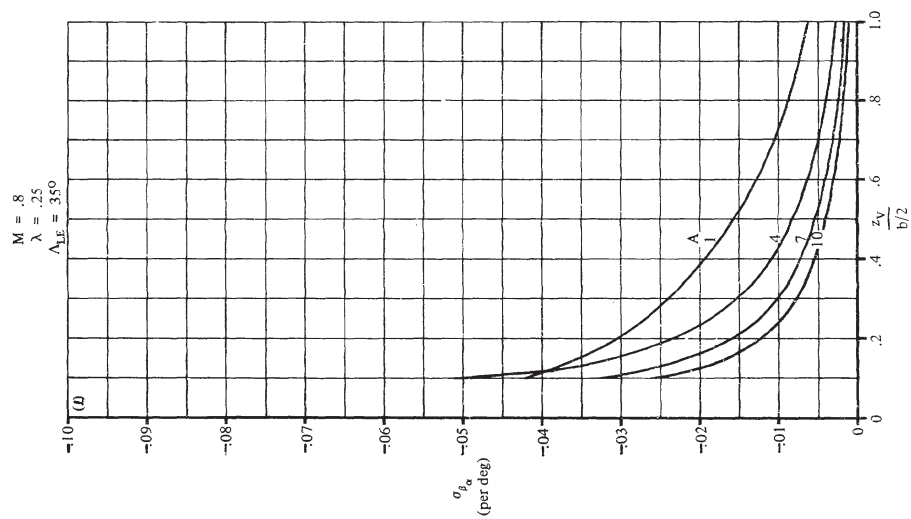


FIGURE 7.4.4-6 (CONT'D)

7.4.4-17

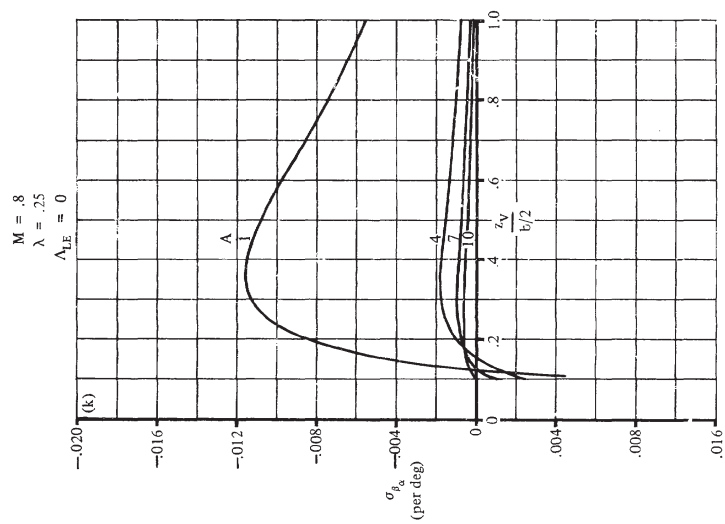
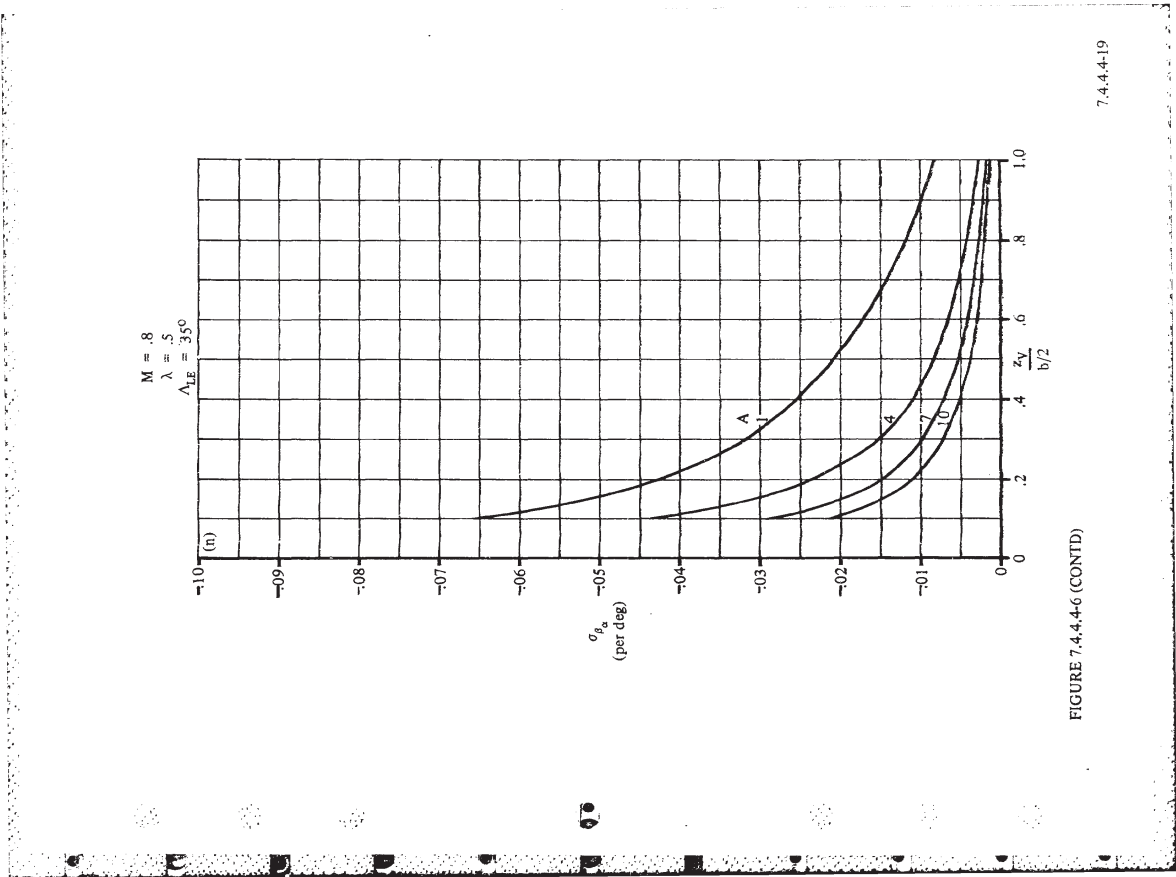
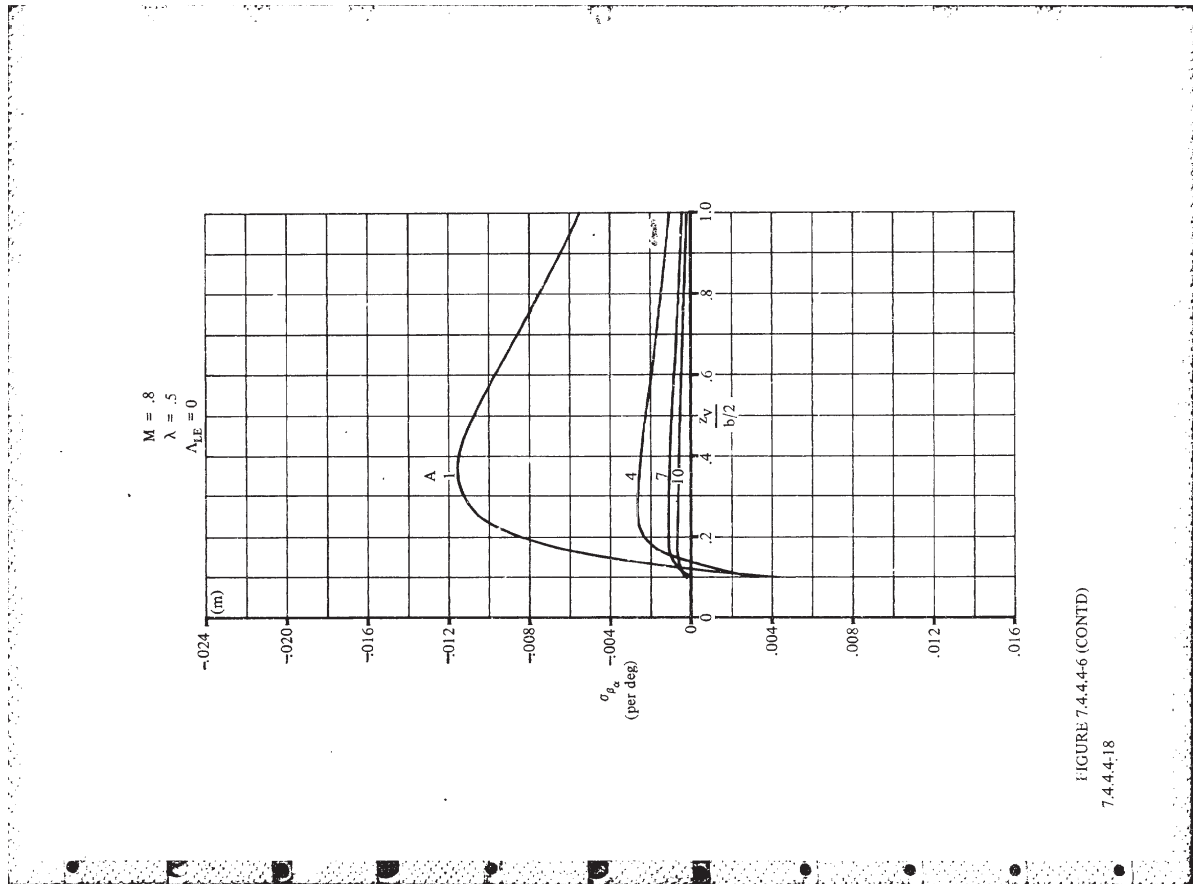


FIGURE 7.4.4-6 (CONT'D)

7.4.4-16



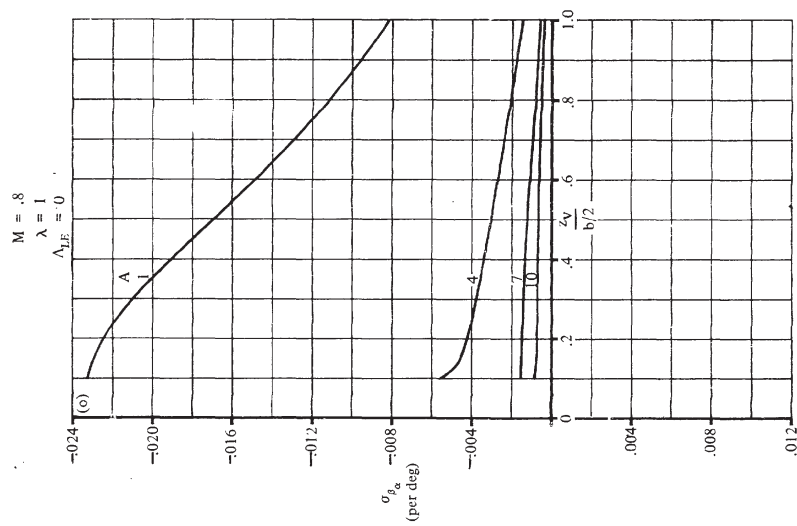


FIGURE 7.4.4.4-6 (CONT'D)
7.4.4.4-20

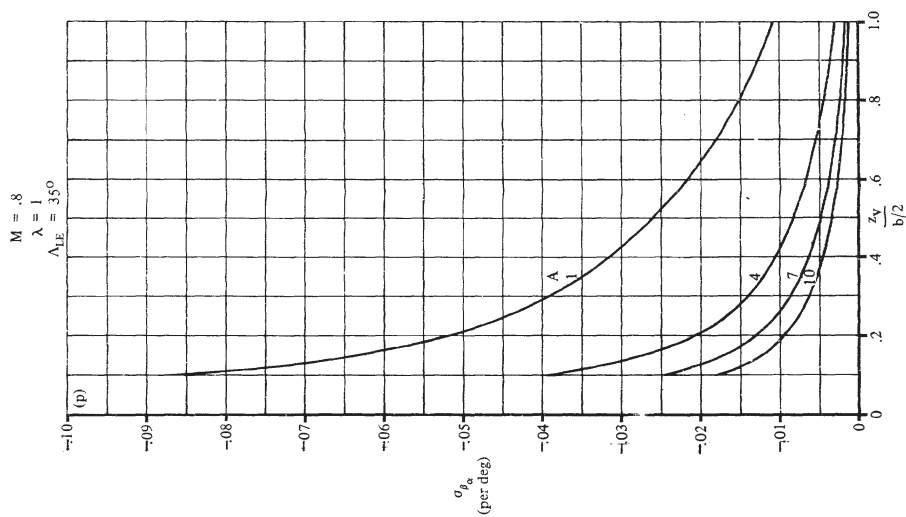


FIGURE 7.4.4.4-6 (CONT'D)
7.4.4.4-21

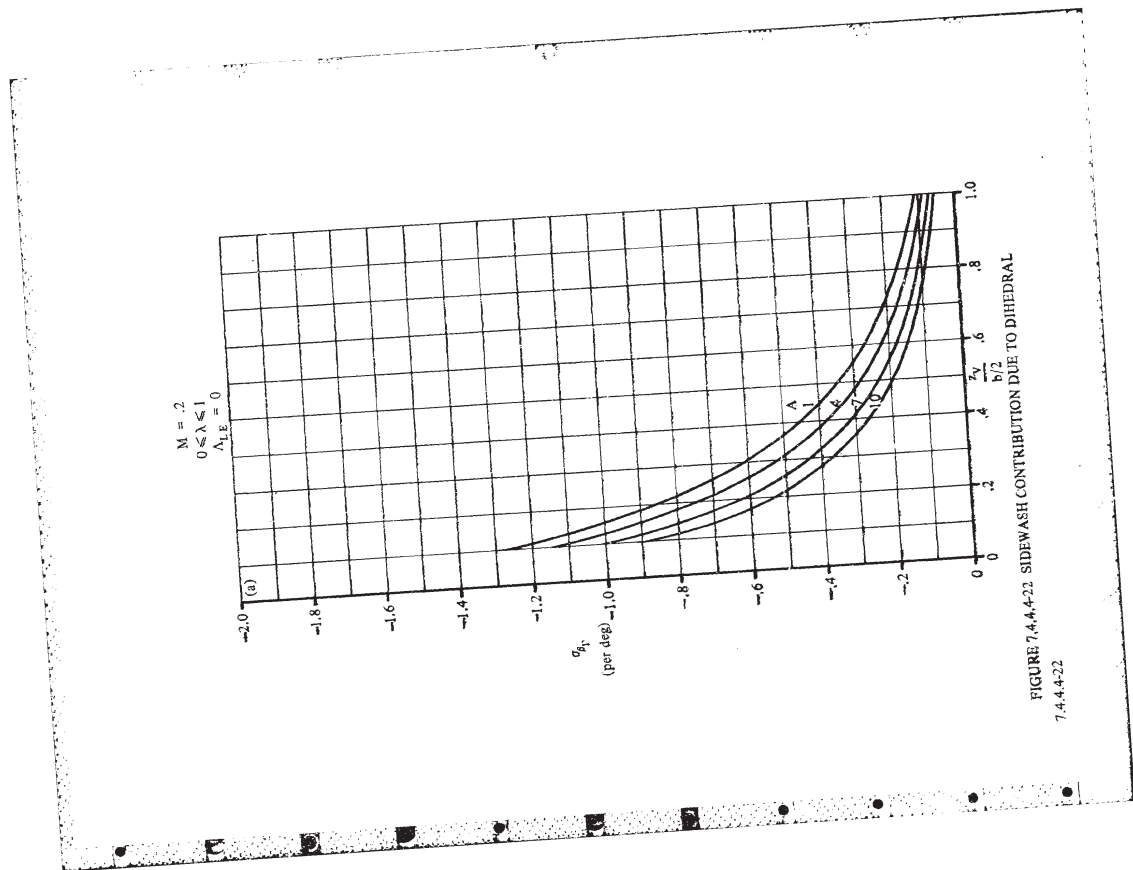


FIGURE 7.4.4-22 SIDEWASH CONTRIBUTION DUE TO DIHEDRAL
7.4.4-22

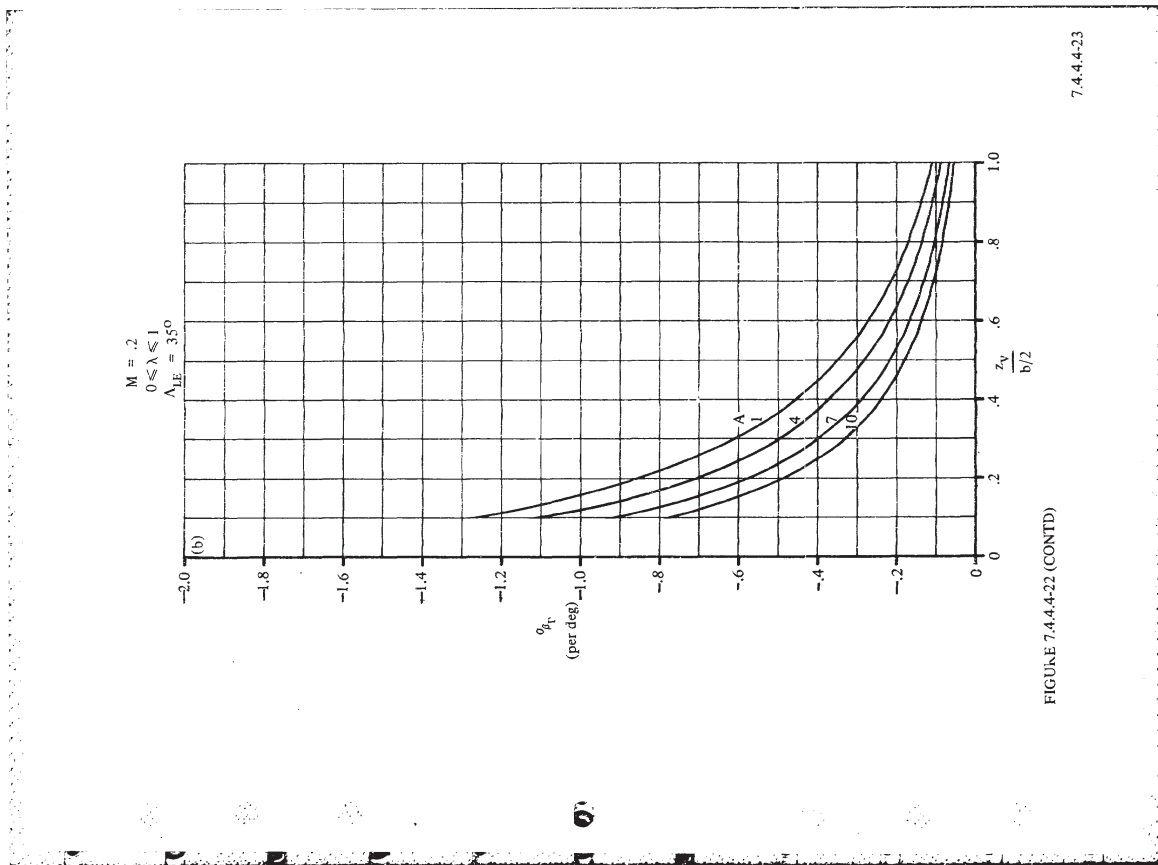


FIGURE 7.4.4-22 (CONTD)
7.4.4-23

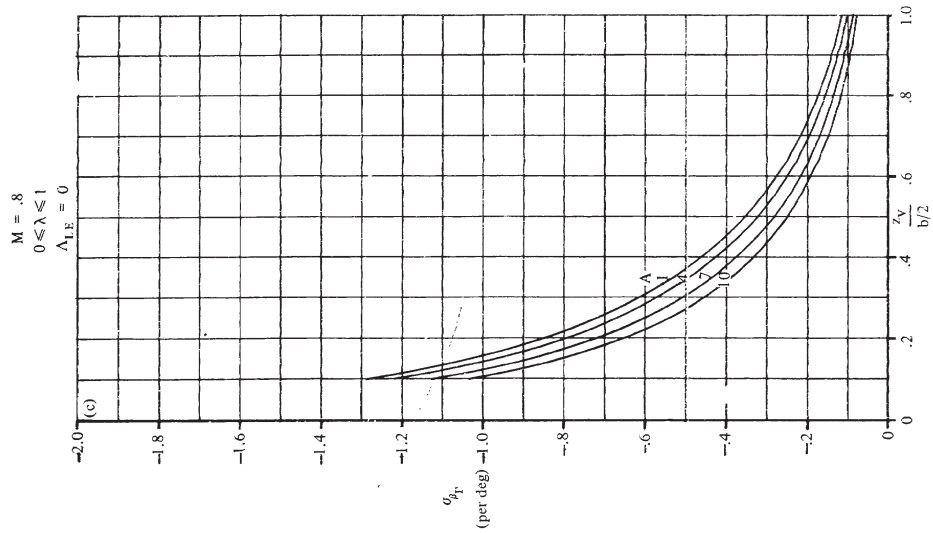


FIGURE 7.4.4+22 (CONTD)

7.4.4+24

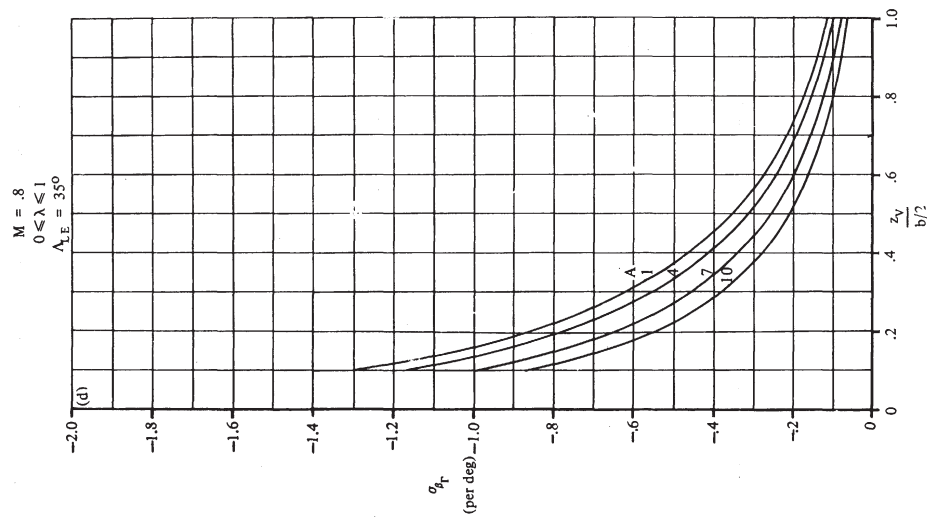


FIGURE 7.4.4+22 (CONTD)

7.4.4+25

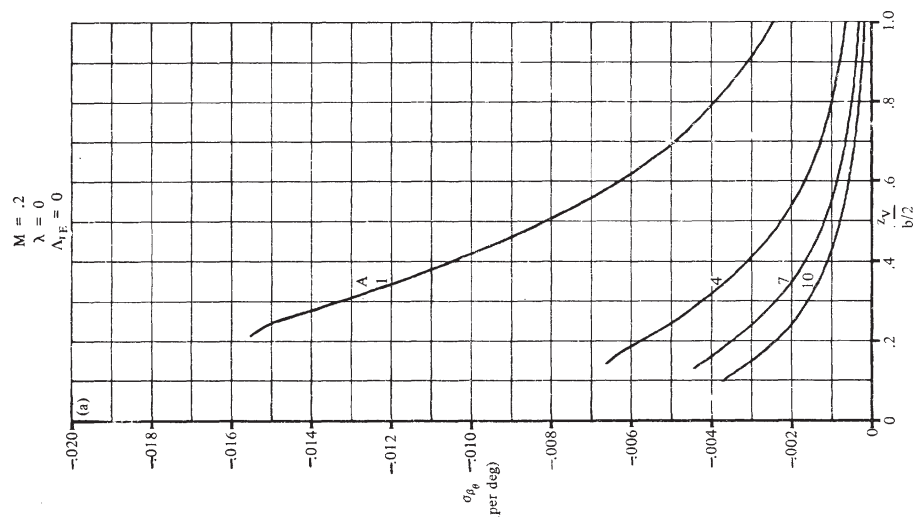


FIGURE 7.4.4-26 SIDEWASH CONTRIBUTION DUE TO WING TWIST
7.4.4-26

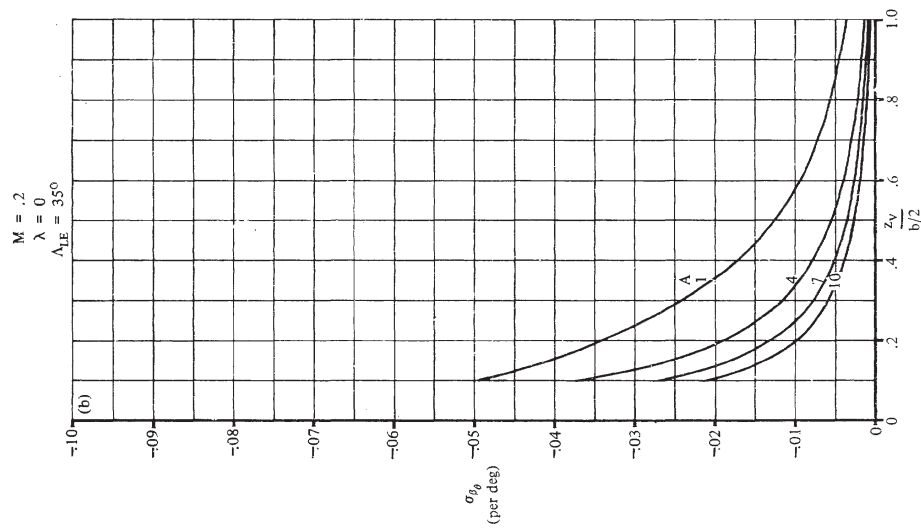


FIGURE 7.4.4-26 (CONTD)
7.4.4-27

$M = .2$
 $\lambda = .25$
 $\Lambda_{LE} = 0$

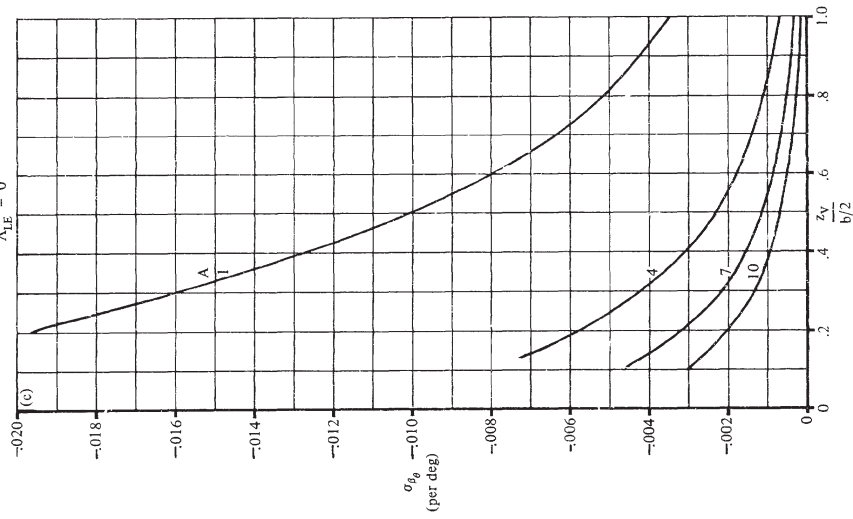


FIGURE 7.4.4-26 (CONTD)
7.4.4-28

$M = .2$
 $\lambda = .25$
 $\Lambda_{LE} = 35^\circ$

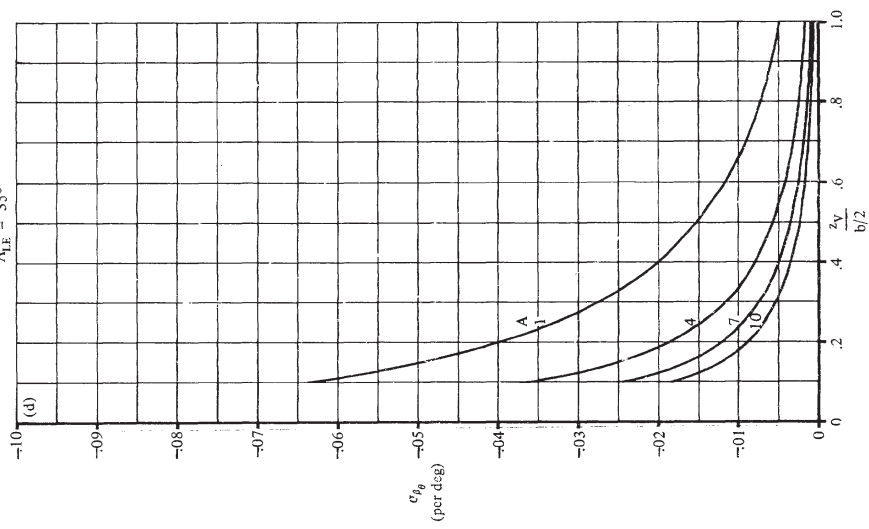


FIGURE 7.4.4-26 (CONTD)

7.4.4-29

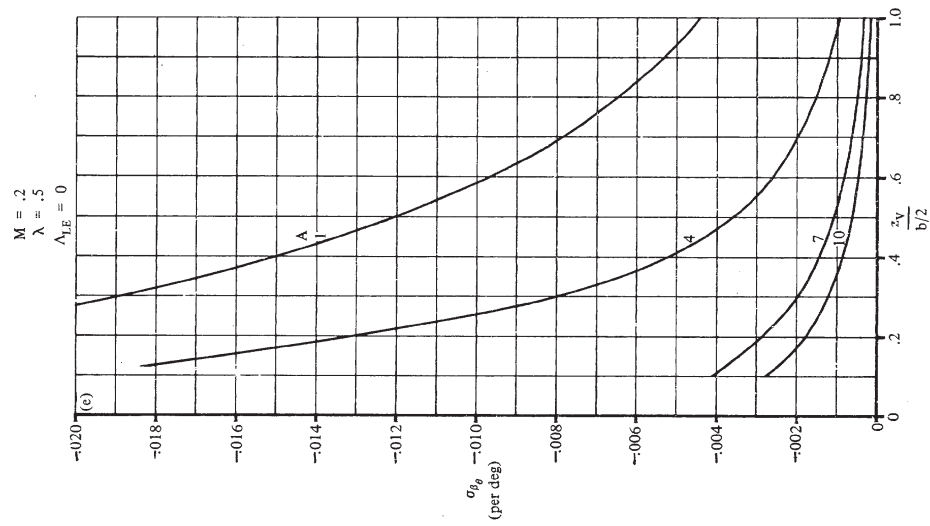


FIGURE 7.4.4-26 (CONTD)
7.4.4-30

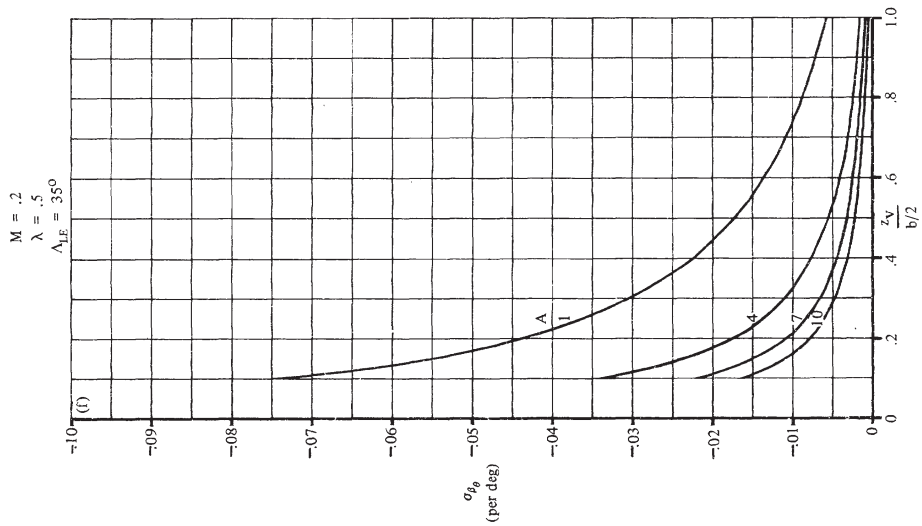


FIGURE 7.4.4-26 (CONTD)

7.4.4-31

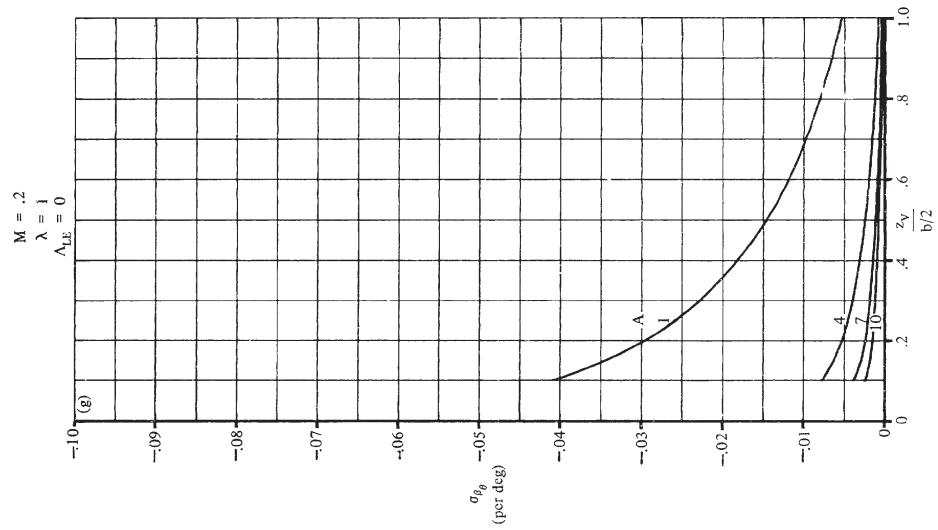


FIGURE 7.4.4-26 (CONTD)
7.4.4-32

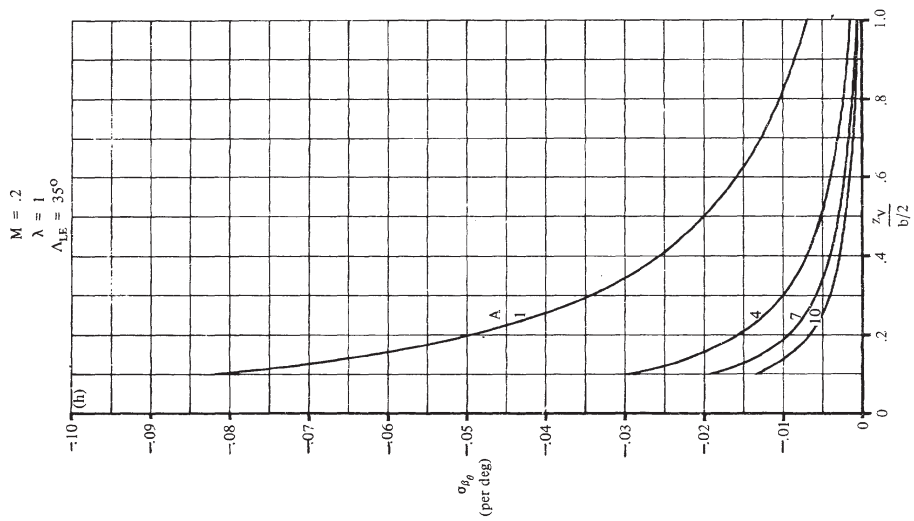


FIGURE 7.4.4-26 (CONTD)

7.4.4-33

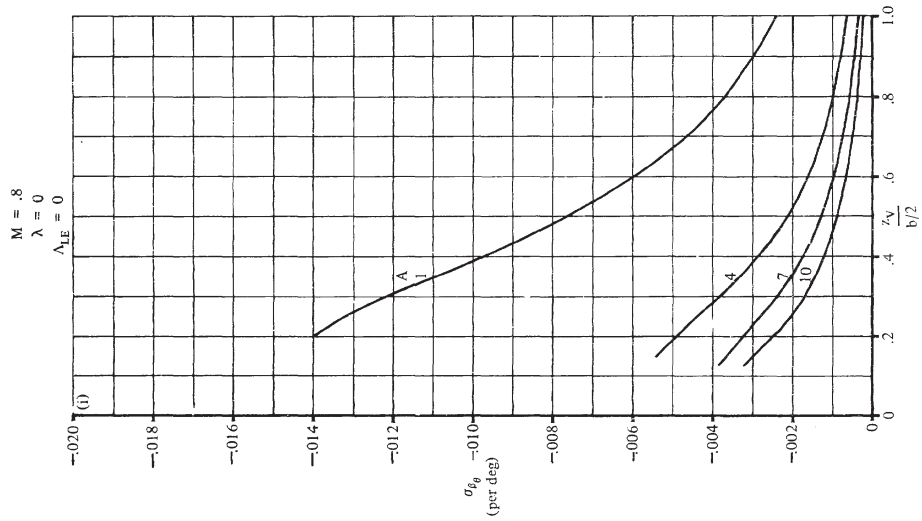


FIGURE 7.4.4.26 (CONT'D)
7.4.4.434

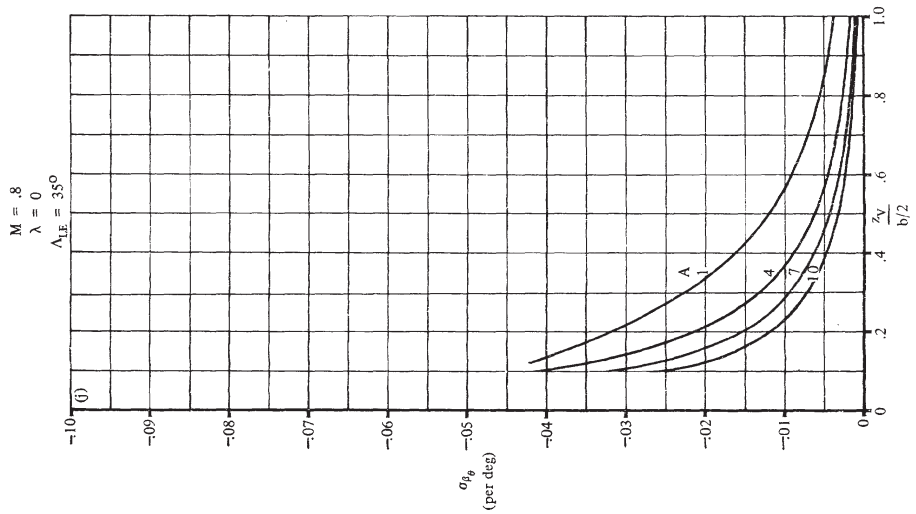


FIGURE 7.4.4.26 (CONT'D)

7.4.4.435

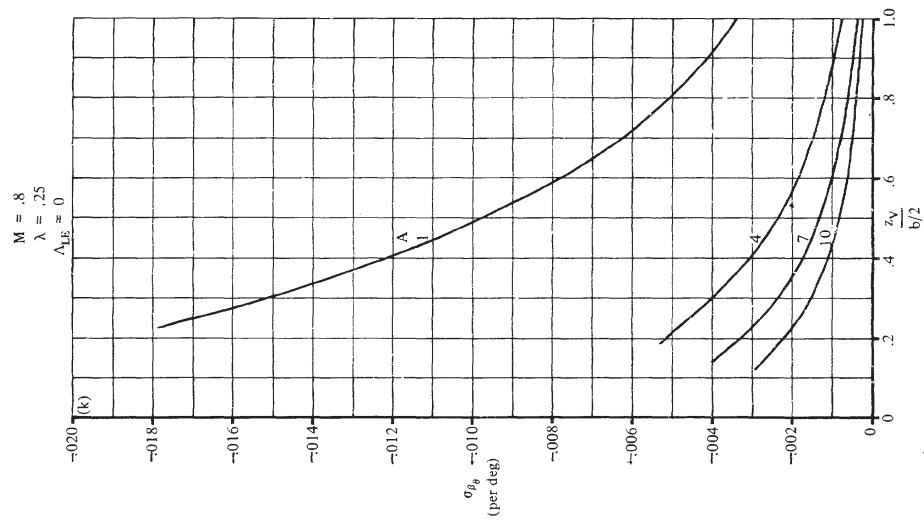


FIGURE 7.4.4-26 (CONTD)

7.4.4-36

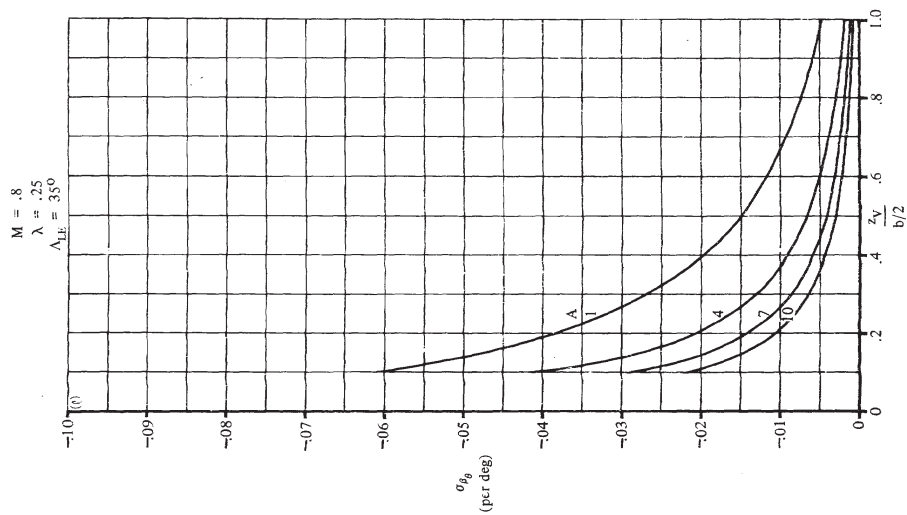


FIGURE 7.4.4-26 (CONTD)

7.4.4-37

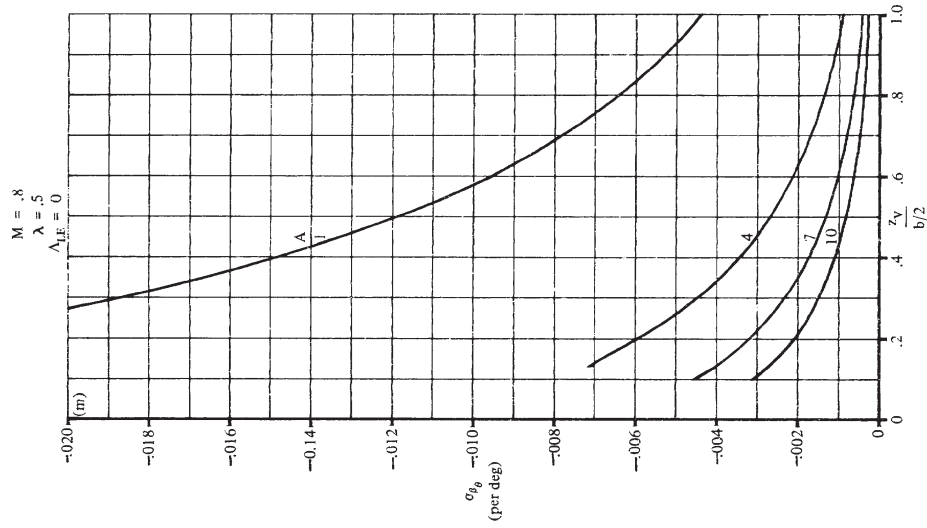


FIGURE 7.4.4-26 (CONTD)
7.4.4-38

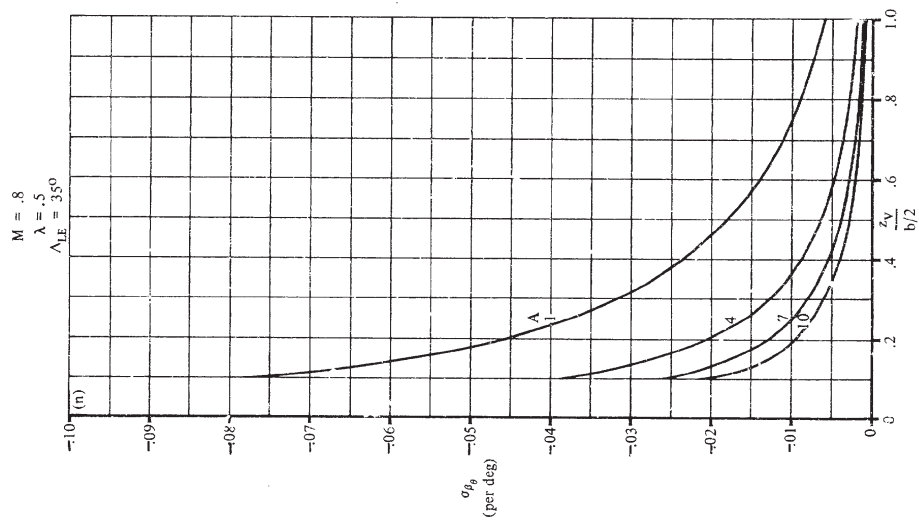


FIGURE 7.4.4-26 (CONTD)
7.4.4-39

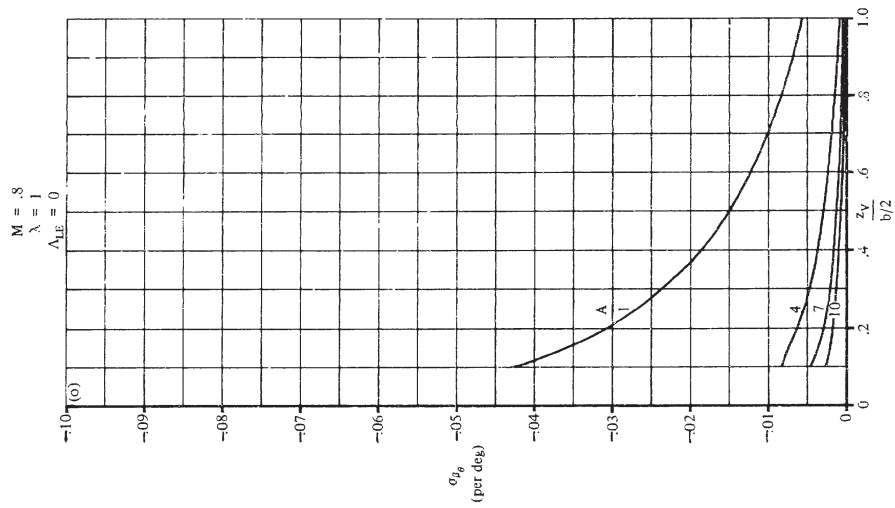


FIGURE 7.4.4-26 (CONTD)
7.4.4.4-40

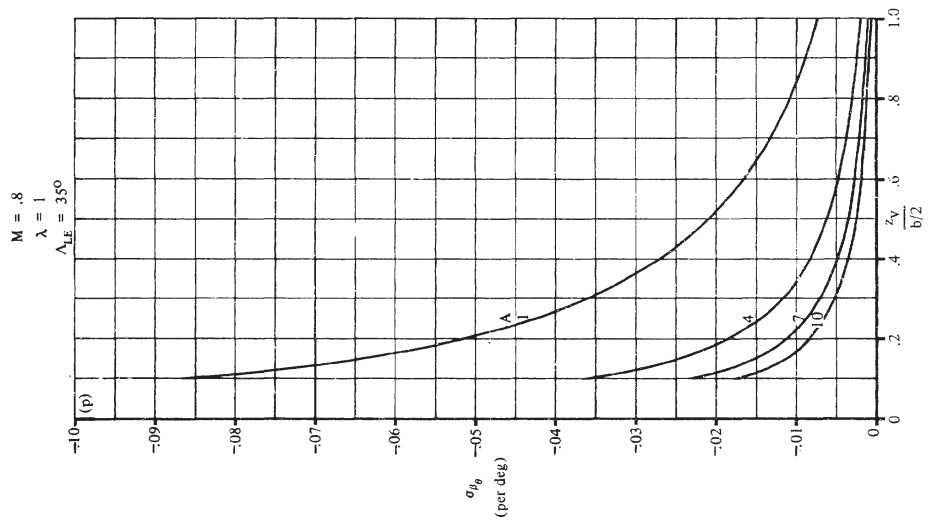
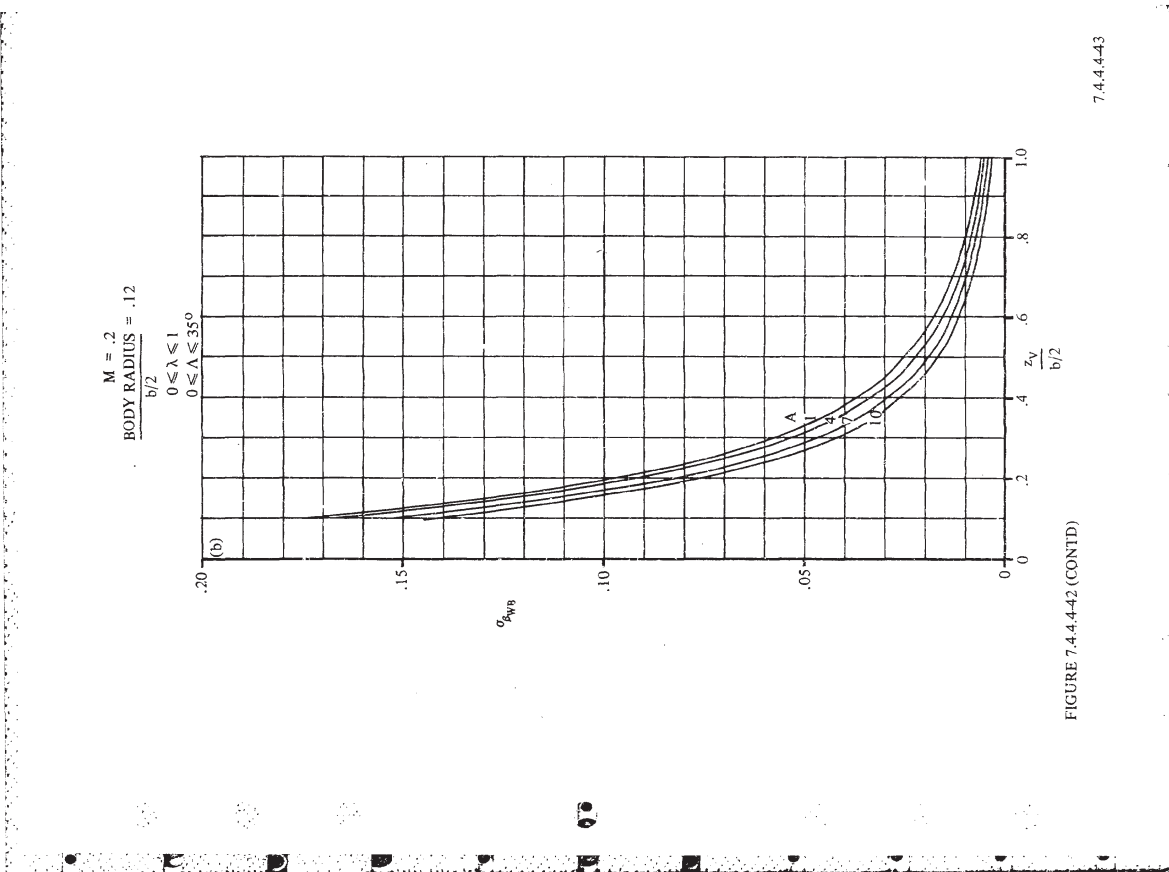
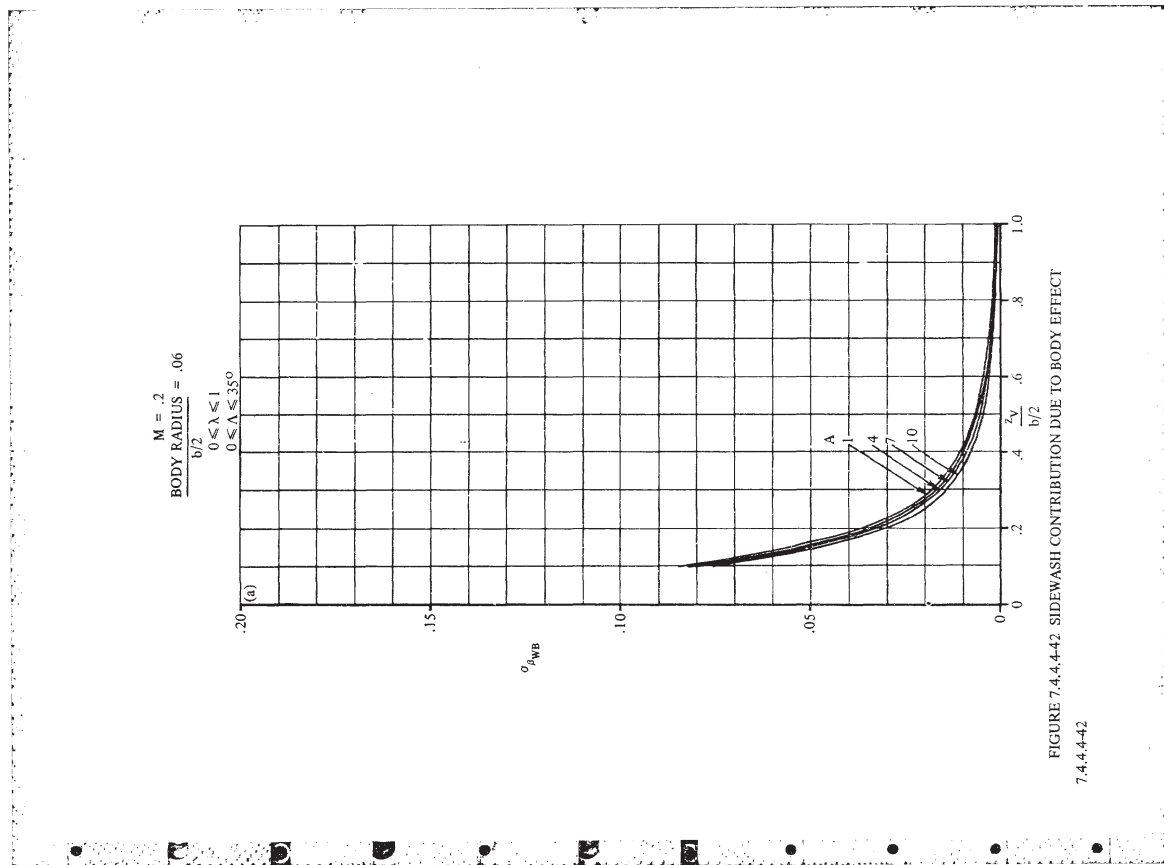
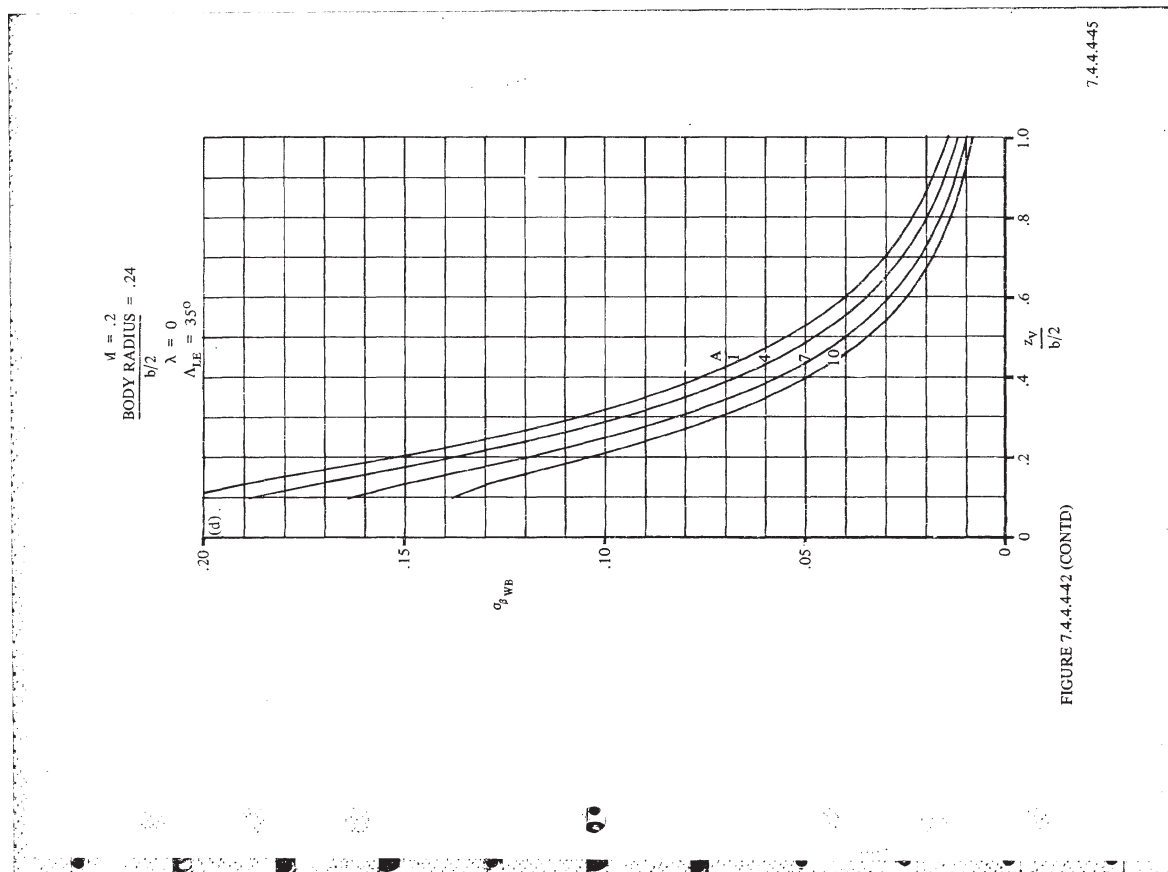
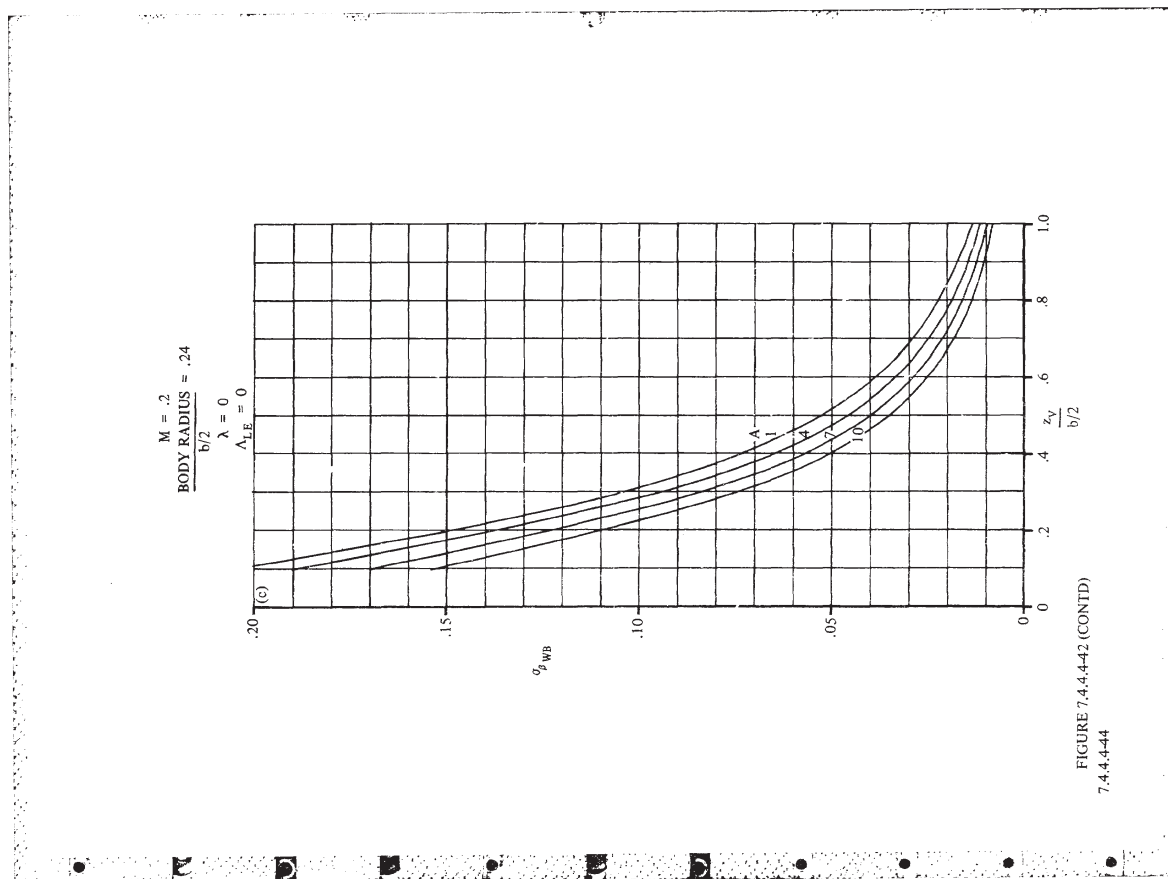


FIGURE 7.4.4-26 (CONTD)

7.4.4.4-41





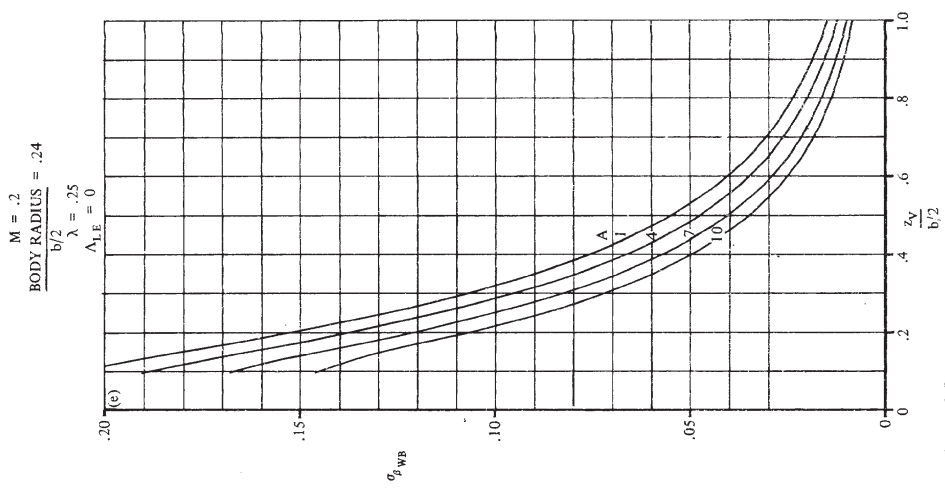


FIGURE 7.4.4-42 (CONTD)
7.4.4-46

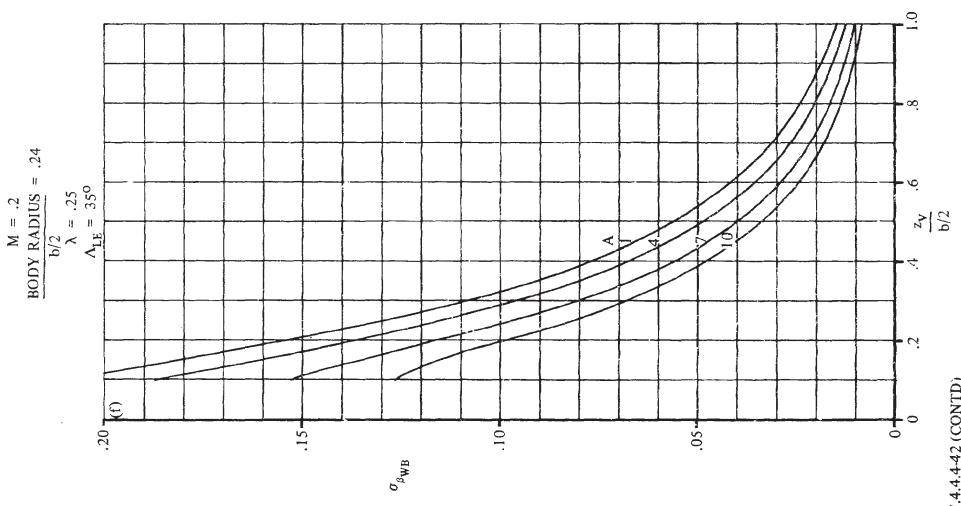


FIGURE 7.4.4-42 (CONTD)
7.4.4-47

$M = .2$
 BODY RADIUS = .24
 $\frac{b/2}{\lambda} = .5$
 $\Lambda_{LE} = 35^\circ$

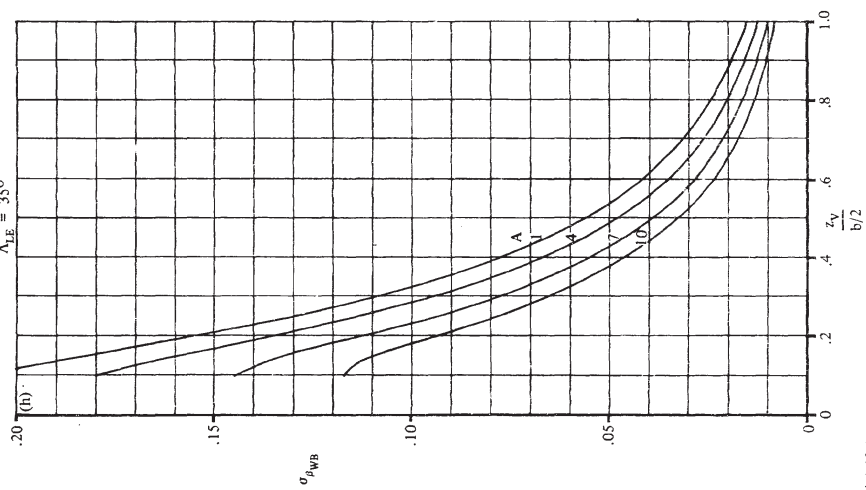


FIGURE 7.4.4-42 (CONTD)

7.4.4-49

$M = .2$
 BODY RADIUS = .24
 $\frac{b/2}{\lambda} = .5$
 $\Lambda_{LE} = 0$

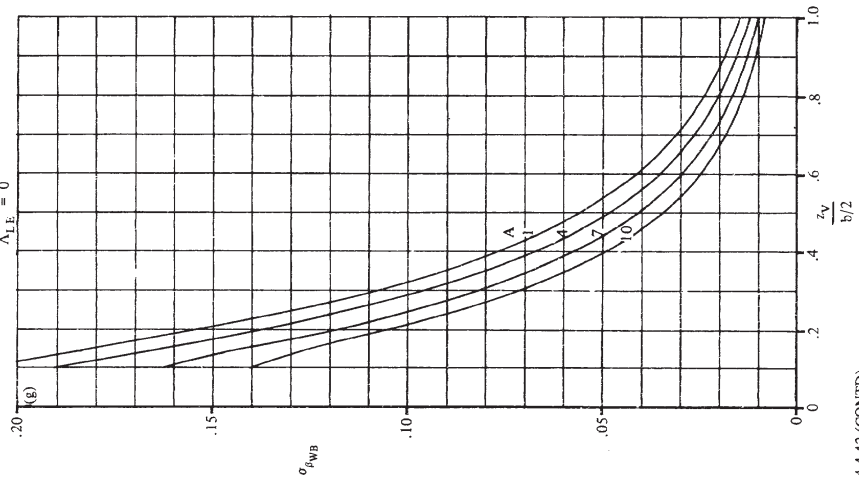


FIGURE 7.4.4-42 (CONTD)
7.4.4-48

$M = .2$
 BODY RADIUS = .24
 $\frac{b/2}{\lambda} = 1$
 $\Lambda_E = 0$

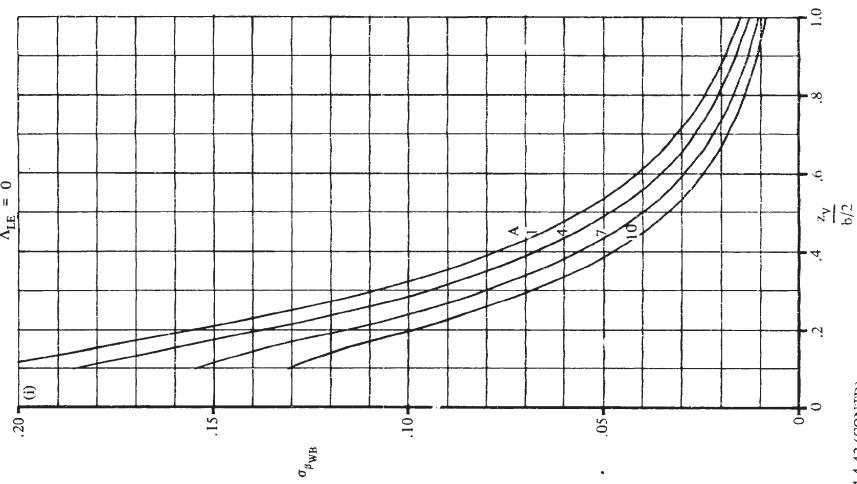


FIGURE 7.4.4.4-2 (CONT'D)
 7.4.4.4-50

$M = .2$
 BODY RADIUS = .24
 $\frac{b/2}{\lambda} = 1$
 $\Lambda_E = 35^\circ$

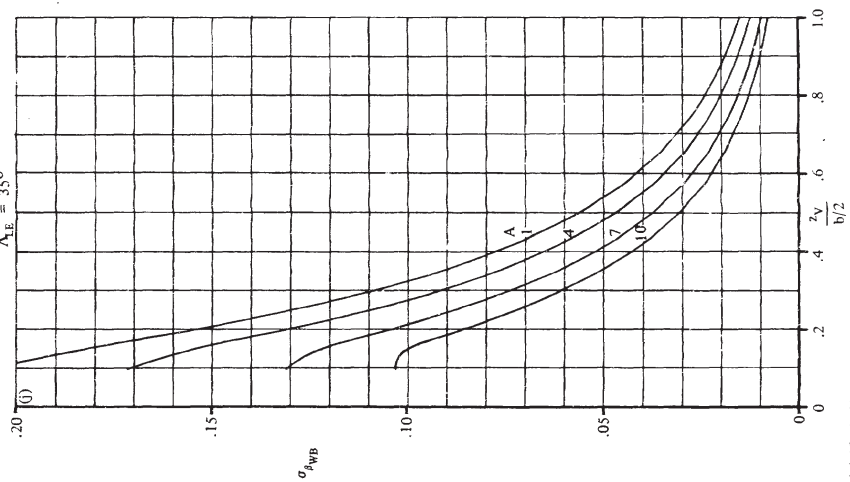


FIGURE 7.4.4.4-2 (CONT'D)
 7.4.4.4-51

$M = .8$
 BODY RADIUS = .12
 $\frac{b/2}{b/2}$
 $0 \leq \lambda \leq 1$
 $0 \leq \Lambda \leq 35^\circ$

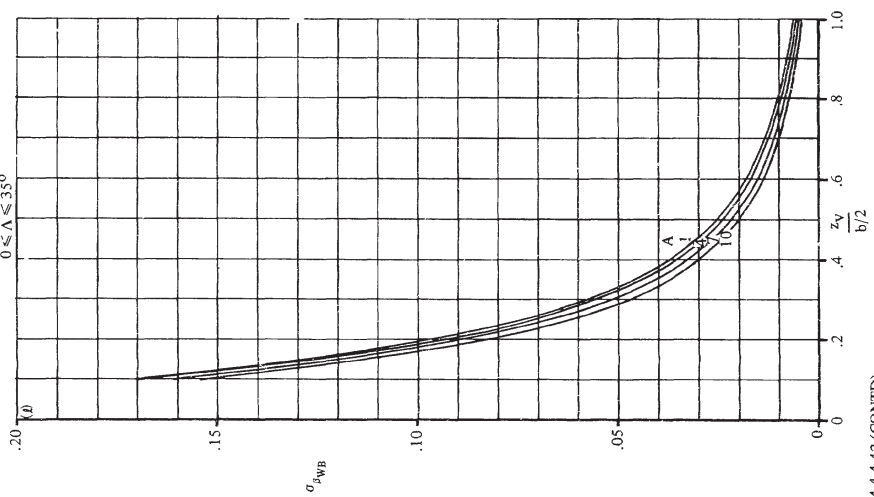


FIGURE 7.4.4-42 (CONT'D)

7.4.4-53

$M = .8$
 BODY RADIUS = .06
 $\frac{b/2}{b/2}$
 $0 \leq \lambda \leq 1$
 $0 \leq \Lambda \leq 35^\circ$

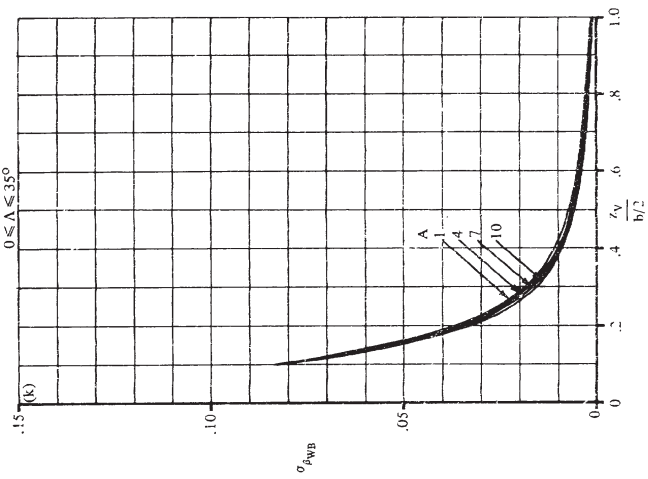
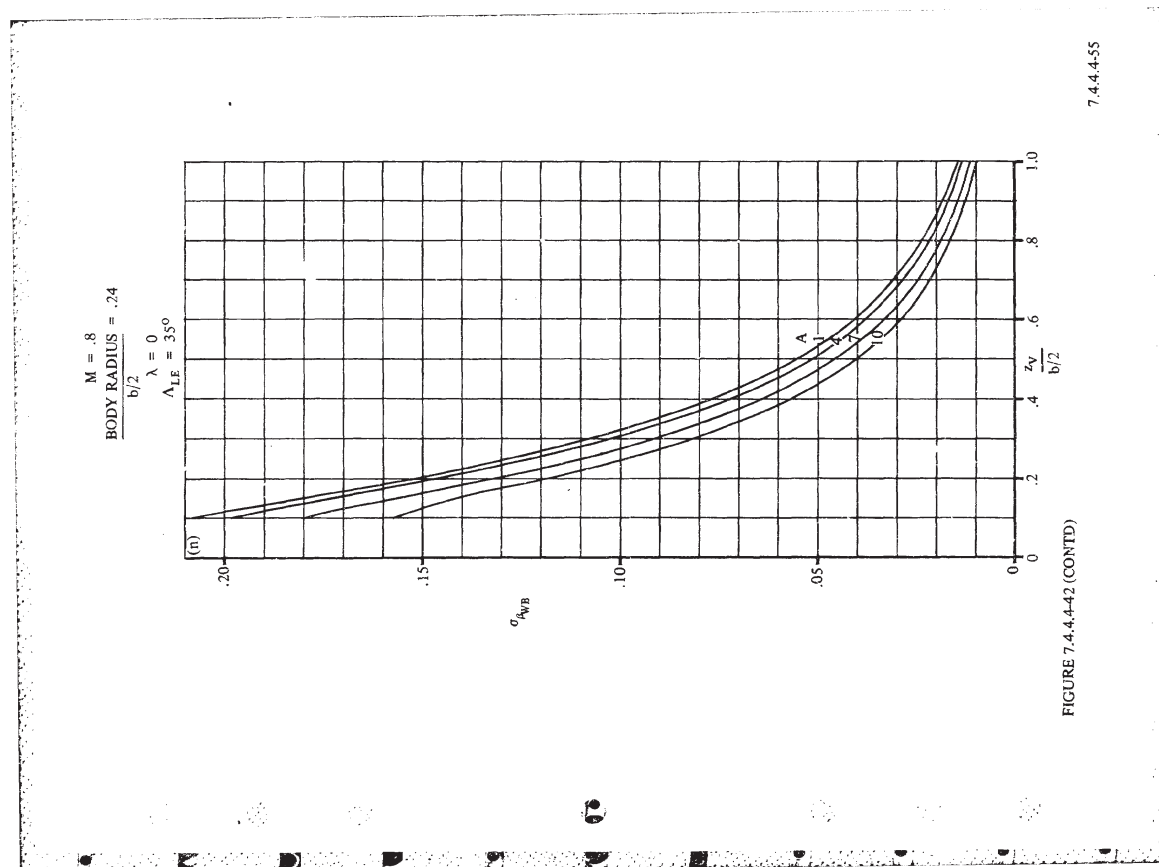
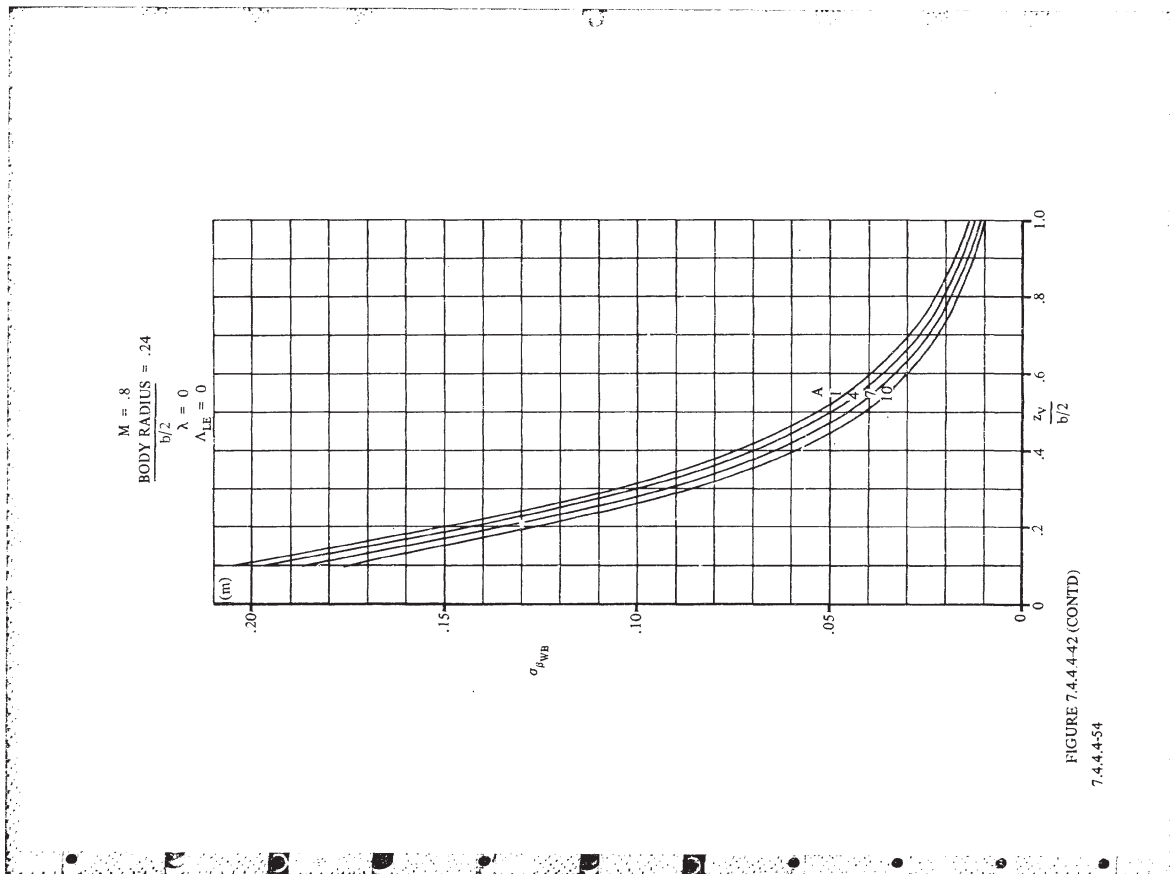


FIGURE 7.4.4-42 (CONT'D)

7.4.4-52



$M = .8$
 BODY RADIUS = $\frac{.24}{b/2}$
 $\lambda = .25$
 $\Lambda_{LE} = 35^\circ$

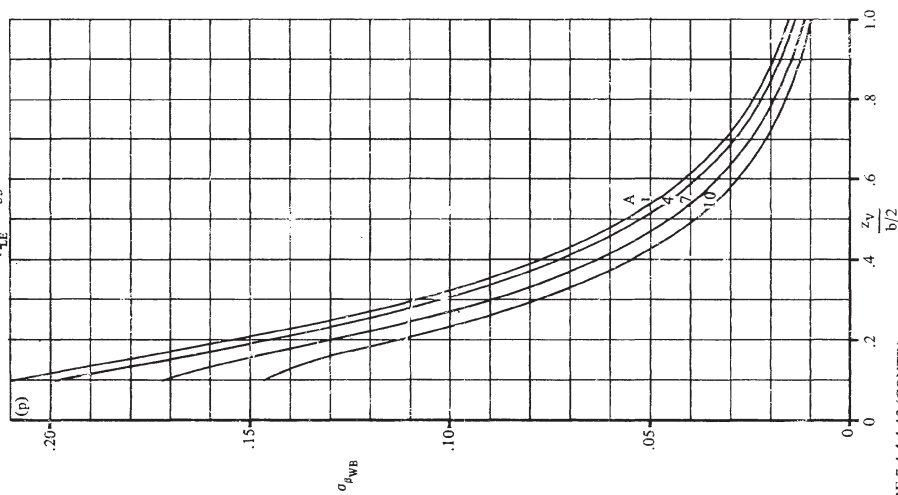


FIGURE 7.4.4.42 (CONTD)

7.4.4.4-57

$M = .8$
 BODY RADIUS = $\frac{.24}{b/2}$
 $\lambda = .25$
 $\Lambda_{LE} = 0$

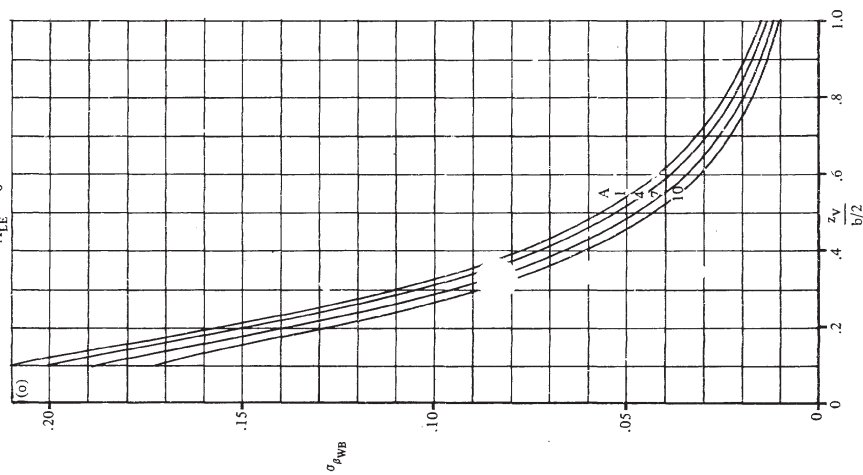
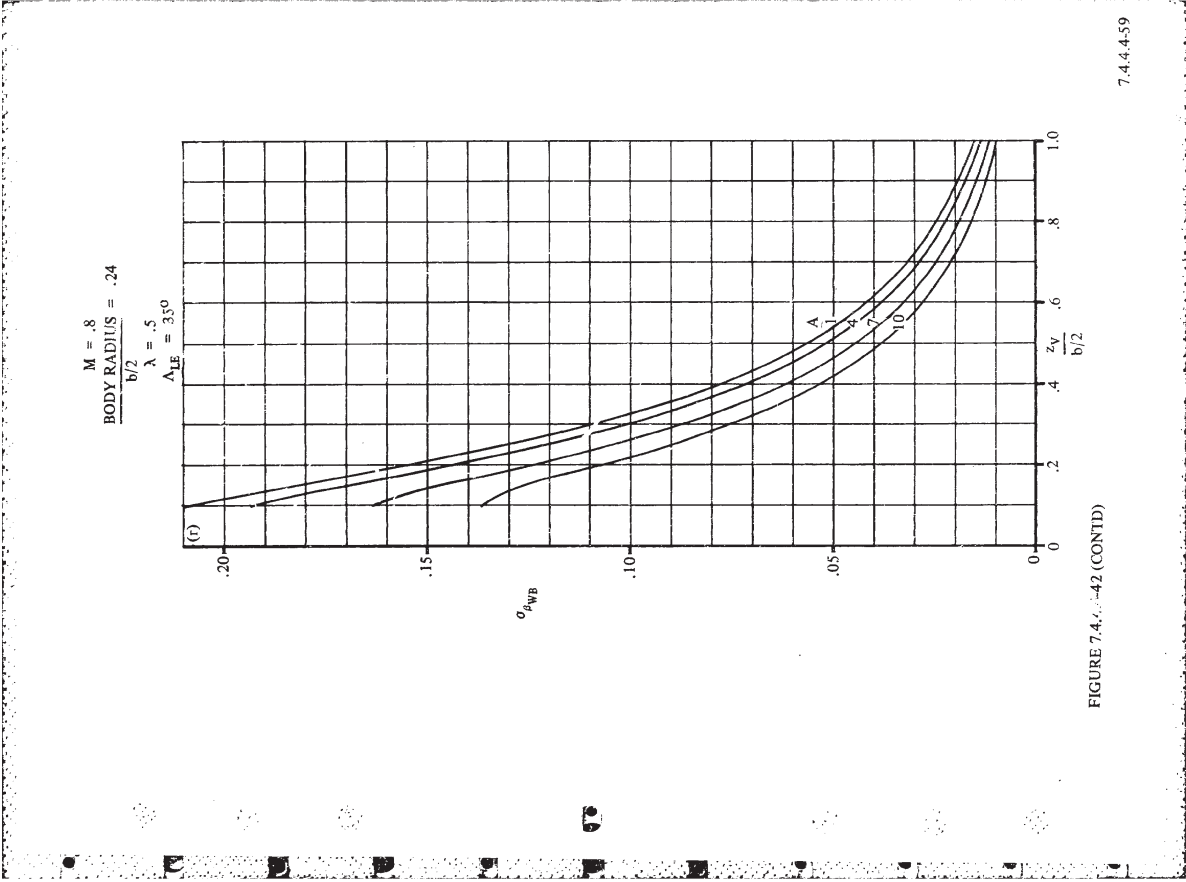
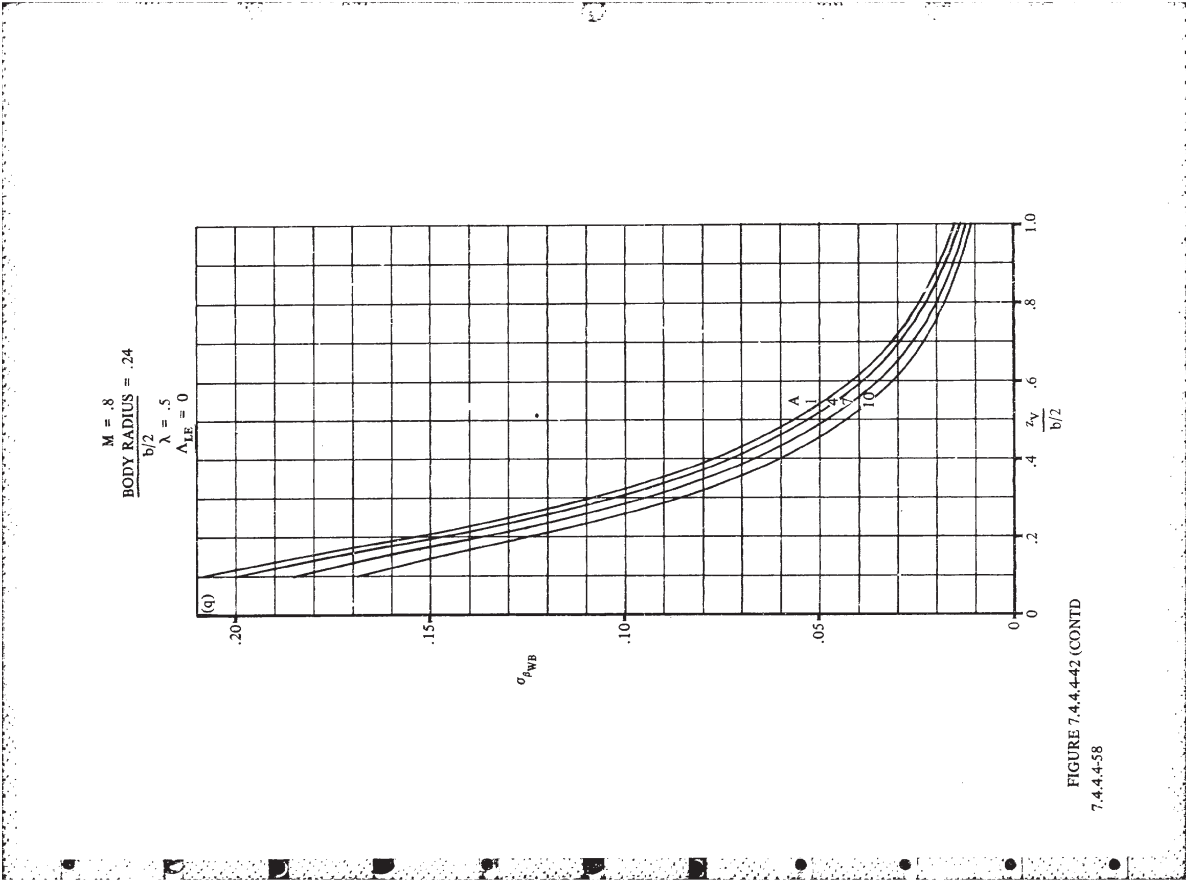
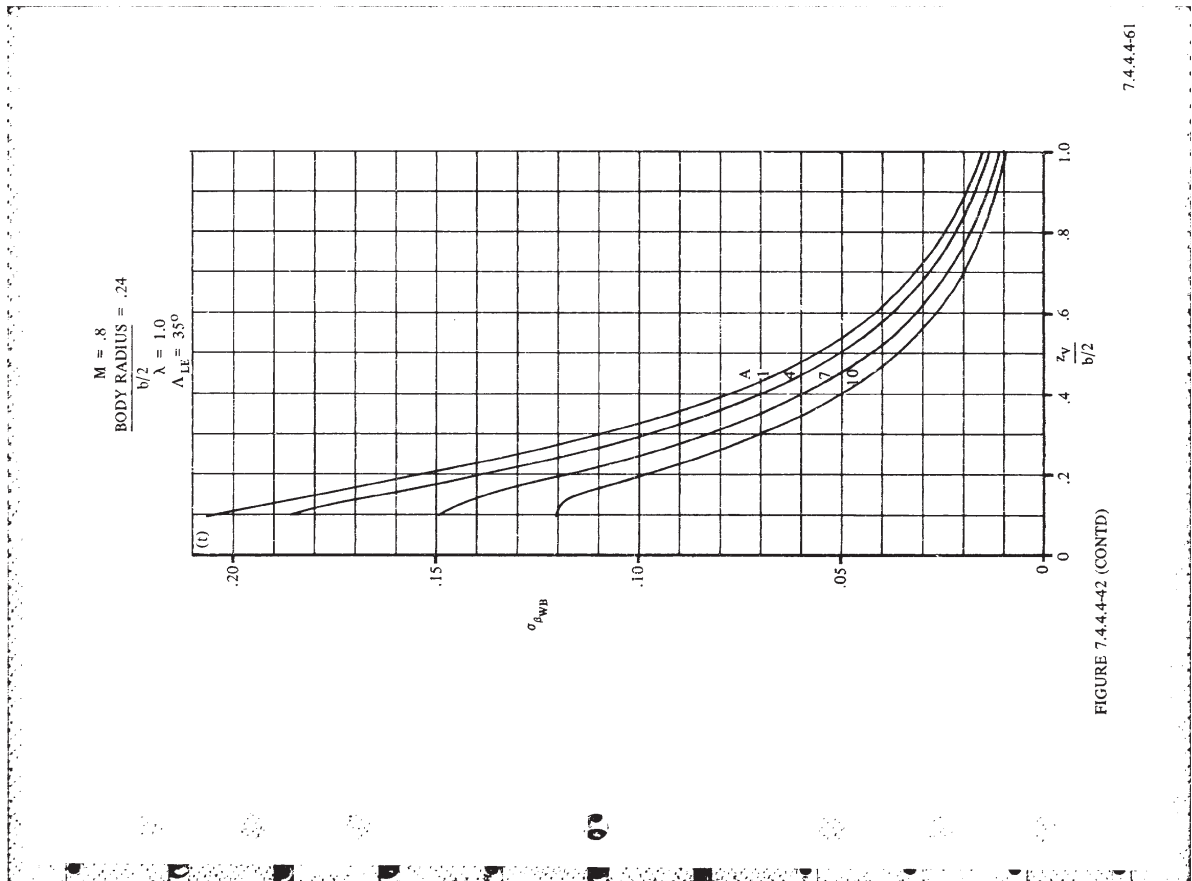
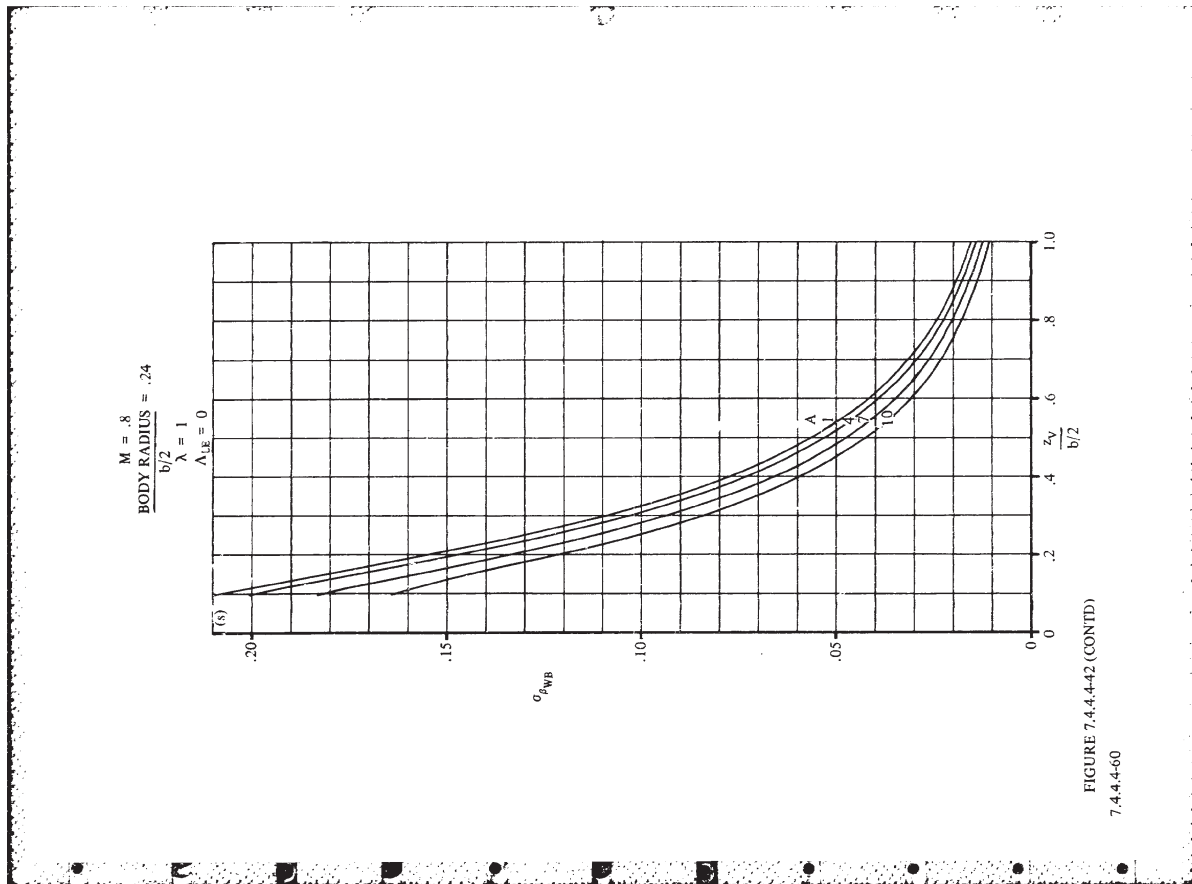


FIGURE 7.4.4.42 (CONTD)

7.4.4.4-56





Bibliografía

- [1] R. D. Fink. *USAF STABILITY AND CONTROL DATCOM*. Air Force Wright Aeronautical Laboratories, 1978.
- [2] Jorge Narbona González. *Estudio de características Aerodinámicas y de Estabilidad de un Ala Voladora*. Universidad de Sevilla, 2014.
- [3] Pablo García Mascort. *Desarrollo de una herramienta académica para el estudio de la estabilidad de aeronaves mediante interfaz gráfica basada en Matlab: AS.gui*. Universidad de Sevilla, 2014.
- [4] David Gómez Mingorance. *Análisis de Estabilidad de un Avión No Tripulado. El Proyecto Austros*. Universidad de Sevilla, 2014.
- [5] Bandu N. Pamadi. *Performance, Stability, Dynamics, and Control of Airplanes*. AIAA Education Series, 2004.
- [6] Daniel P. Raymer. *Aircraft Design: A Conceptual Approach; 5th Edition*. AIAA Education Series, 2012.
- [7] Damián Rivas Rivas. *Apuntes de la asignatura Mecánica del Vuelo*. Universidad de Sevilla, 2014.
- [8] Sergio Esteban Roncero. *Diapositivas de la Asignatura Cálculo de Aeronaves*. 2015.
- [9] Jan Roskam. *Airplane Design; Part VI*. Roskam Aviation and Engineering Corporation, 1985.
- [10] Jan Roskam. *Airplane Flight Dynamics and Automatic Flight Controls; Part I*. DARcorporation, 2007.
- [11] Frederick O. Smetana. *Flight Vehicle Performance and Aerodynamic Control*. AIAA Education Series, 2001.